EXPEDICIÓN

PENSAMIENTO MATEMÁTICO I

Edgardo Castillo Garrido

Adaptación: Arturo Ruelas Villareal & Juan Carlos Velázquez Hernández

BlueBooks & Magnus

NEM
MCCEMS

PENSAMIENTO MATEMÁTICO I

Dirección Editorial: **BB&M Academic**

Diseño Gráfico: **Rosario Jiménez**

Diseño de Portada: **Rosario Jiménez**

Maquetación: **Karen González**

Revisión Técnica: **Juan Carlos Velázquez Hernández**

Dirección de Producción: **Ricardo Cruz Flores**

Autor: **Edgardo Castillo Garrido**

Adaptación: **Arturo Ruelas Villareal & Juan Carlos Velázquez Hernández**

Derechos de autor: **Bluebooks and Magnus S.A. de C.V.**

Edición: **Martha Leticia Martínez de León**

Imágenes: **Dreamstime**

ISBN: **En trámite**

55 4957 0102

contacto@bluebooksandmagnus.com
www.bluebooksandmagnus.com
ventas@bluebooks.com.mx

1a Edición
Impreso en México / Printed in México
Se terminó la impresión de esta obra en 2025
En los talleres de Fortaleza Gráfica S.A. de C.V. Amado Nervo Mza. 11 Lte. 43 Col. Palmitas Alcaldía Iztapalapa. C.P. 09670 Ciudad de México.

Contenido/ Progresiones

Introducción

PENSAMIENTO MATEMÁTICO I

Queridos Colegas Docentes y estimados estudiantes,

El Pensamiento Matemático es un recurso sociocognitivo que involucra diversas actividades cognitivas que van desde la ejecución de operaciones y el desarrollo de procedimientos y algoritmos hasta abarcar procesos mentales abstractos que se dan cuando el sujeto participa del quehacer matemático al resolver problemas, usar o crear modelos, elaborar tanto conjeturas como argumentos y organizar, sustentar y comunicar sus ideas.

El pensamiento matemático además busca que los estudiantes del bachillerato logren comprender mejor otras áreas de conocimiento y la aplicación del mismo en la toma de decisiones razonadas y en la valoración de la matemática por su belleza, utilidad y como un factor fundamental en la creación de su proyecto de vida. Así se llevará al estudiantado del nivel medio superior a desarrollar procesos de razonamiento tanto lógicos como intuitivos, a desarrollar la creatividad y la imaginación, la curiosidad y la reflexión para fomentar el aprendizaje permanente.

En este libro aprenderás de manera gradual el desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático, para esto se han elegido temas como algunos elementos disciplinares de la estadística y la probabilidad, los cuales se desarrollan a través de la revisión de conceptos básicos: se comienza con la revisión de la variabilidad y cómo ésta hace necesario que busquemos cuantificar la incertidumbre.

Se llega a la definición de probabilidad teórica partiendo desde una perspectiva frecuencial para calcular la probabilidad de eventos aleatorios simples. Esto se vuelve necesario para profundizar en las técnicas de conteo.

El concepto de probabilidad condicional es estudiado, con la posibilidad de llegar incluso a revisar el teorema de Bayes y sus aplicaciones en la actualidad. Se estudia la recolección de datos y su organización, teniendo en cuenta la naturaleza de la o las variables estudiadas. Se analiza la correlación entre variables cuantitativas aprovechando el momento para revisar algunas ideas sobre rectas en el plano. Ideas básicas de la estadística descriptiva tales como medidas de tendencia central y medidas de dispersión son revisadas buscando que el estudiantado sepa leer e interpretar correctamente lo que éstas dicen acerca de un fenómeno aprendido.

Por último, se revisan determinadas ideas acerca de distribuciones y de estadística inferencial como prueba de hipótesis. Por lo que en esta propuesta se busca avanzar en ese sentido a través de: fomentar calidad y creatividad, considerar la enseñanza situada, contextualizar el pensamiento matemático para aplicarlo significativamente en otras áreas y ámbitos, y profundizar en los conocimientos matemáticos.

EXPEDICIÓN

1
2
3
4
5
6
7
8

8 PRINCIPIOS DE LA NUEVA ESCUELA MEXICANA

NEM
MCCEMS

1 FOMENTAR LA IDENTIDAD CON MÉXICO

Favorece el amor a la patria, el aprecio de la cultura, historia y valores de nuestro país, respetando la diversidad cultural y de pensamiento.

2 RESPONSABILIDAD CIUDADANA

Impulsa el uso de valores y de los derechos humanos en pro del desarrollo del individuo y de la comunidad.

3 HONESTIDAD

Se enfatiza este valor para desarrollar la confianza y la congruencia dentro de la comunidad.

4 PARTICIPACIÓN EN LA TRANSFORMACIÓN DE LA SOCIEDAD

Trabajar de manera conjunta con los miembros de la comunidad y no sólo de la manera individual para la resolución de problemas comunes.

5 RESPETO A LA DIGNIDAD HUMANA

Respetar, ejercer y promover los derechos humanos.

6 INTERCULTURALIDAD

Fomentar el reconocimiento, respeto y aprecio por la diversidad cultural y lingüística que existe en nuestro país.

7 CULTURA DE LA PAZ

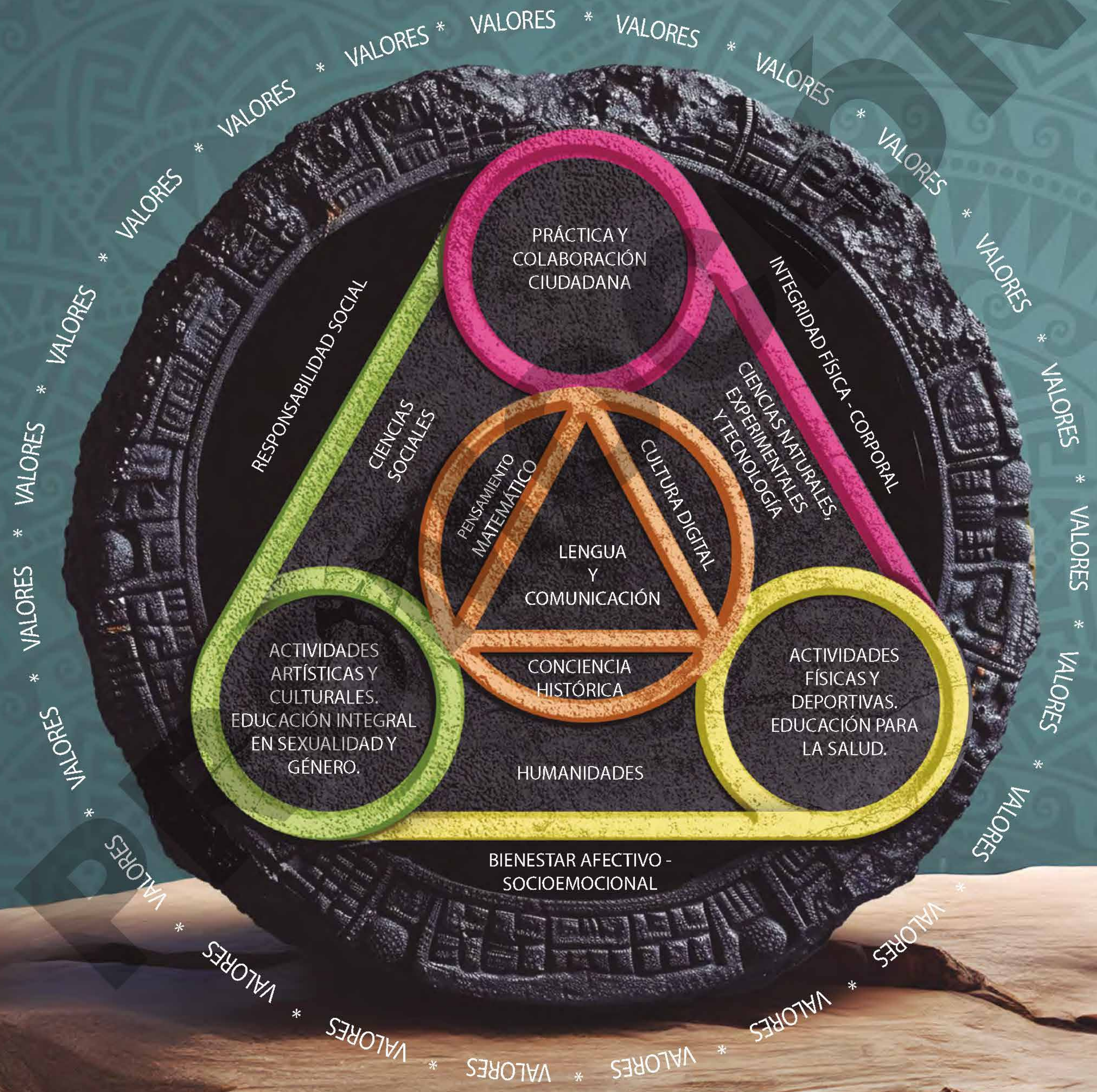
Favorecer la resolución de conflictos mediante el diálogo constructivo que deriven en acuerdos y no a través de la violencia. Promover la solidaridad y la búsqueda de una sociedad pacífica con desarrollo sostenible, inclusiva y con igualdad de oportunidades.

8 RESPETO A LA NATURALEZA

Incentivar la conciencia, el conocimiento, la protección y conservación del entorno.

MCCEMS

MARCO CURRICULAR COMÚN DE LA EDUCACION MEDIA SUPERIOR



CURRÍCULUM FUNDAMENTAL

Recursos Sociocognitivos:
- Lengua y comunicación
- Pensamiento matemático
- Conciencia histórica
- Cultura digital

Áreas de Conocimiento:
- Ciencias naturales, experimentales y tecnología
- Ciencias sociales
- Humanidades

CURRÍCULUM AMPLIADO

Recursos Socioemocionales
- Responsabilidad social
- Cuidado físico corporal
- Bienestar emocional afectivo

Ámbitos de la Formación Socioemocional
- Práctica y colaboración ciudadana
- Educación integral en sexualidad y género
- Actividades físicas y deportivas
- Actividades artísticas y culturales
- Educación para la salud

Categorías, subcategorías, conceptos centrales y transversales

Metas de aprendizaje

Aprendizajes de trayectoria – Perfil de ingreso y egreso

BlueBooks & Magnus

EXPEDICIÓN

¡Bienvenidos a bordo a nuestra experiencia de aprendizaje!

En esta emocionante travesía, hemos diseñado una secuencia didáctica que equipara el proceso de enseñanza-aprendizaje con un viaje inolvidable. Al igual que en cualquier paseo, nuestro recorrido educativo consta de tres momentos fundamentales:

La fase de inicio "SALIDA"

La fase de desarrollo "TRAVESÍA"

La fase de cierre "META"

MOMENTO 1

SALIDA
(INICIO)

Es la sección en la que nos alistamos para comenzar nuestro viaje educativo. Identificamos la progresión y comprendemos sus componentes.

Equipaje de mano

- Metas
- Categorías
- Subcategorías

Las 5E representan cinco fases clave en el proceso de aprendizaje.

Enganchar

Se busca captar el interés de los estudiantes y activar sus conocimientos previos mediante preguntas detonadoras, imágenes, videos o lecturas.

8 Principios de la Nueva Escuela Mexicana

NEM
MCCEMS

MAPA DEL APRENDIZAJE

MOMENTO **2**

TRAVESÍA
(DESARROLLO)

Aquí nos profundizamos en el corazón de la enseñanza y el aprendizaje. Esta fase es el núcleo de nuestro recorrido educativo, donde exploramos conceptos, practicamos habilidades y nos sumergimos en el conocimiento.

Explorar
Se crean situaciones de aprendizaje para que el estudiante active su conocimiento, investigando el tema, se fomenta el trabajo activo a través de actividades practicas, experimentos, observaciones, etc.

Explicar
Se tratan los contenidos de la progresión, se proporciona la base teórica para comprender los temas, se presenta informacion relevante, conceptos clave y explicaciones claras.

Elaborar
Los estudiantes aplican los conocimientos adquiridos y apropiados desarrollando habilidades mediante la elaboración de diferentes instrumentos que permiten profundizar y comprender el tema.

MOMENTO **3**

META
(CIERRE)

Es el momento de finalizar nuestro paseo educativo y asegurarnos de que todos los aprendizajes se consoliden. Aquí reflexionamos sobre lo aprendido, evaluamos nuestro progreso y nos preparamos para futuras aventuras educativas.

Evaluar
Por último, se evalúa el aprendizaje de los estudiantes para determinar si han alcanzado los objetivos de la progresión.

Recursos Educativos

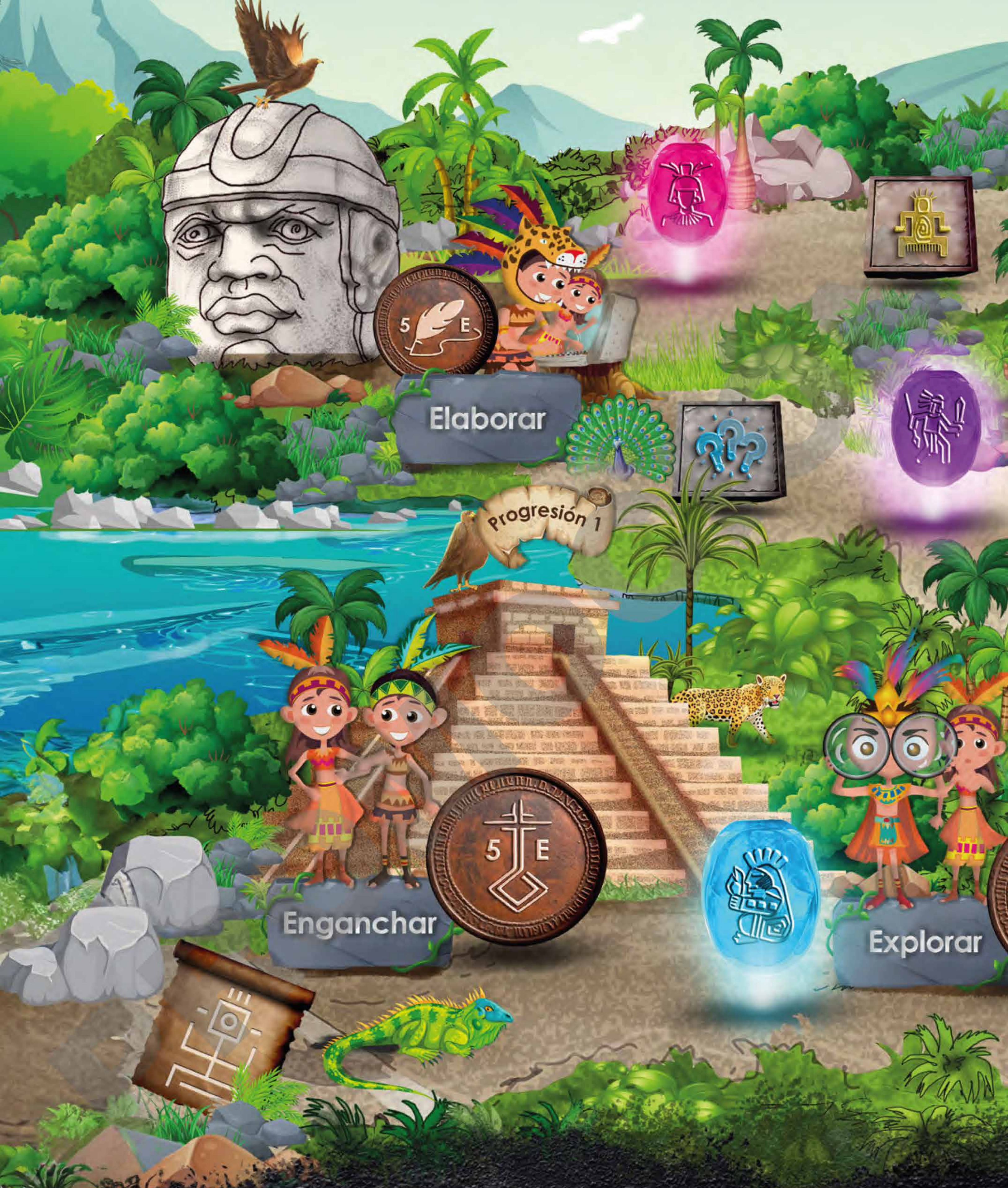
- SABÍAS QUÉ?
- MOMENTO DE REFLEXIÓN
- TEMA INTEGRADOR
- TRANSVERSALIDAD

Recursos Socioemocionales

- CUIDADOS FÍSICOS
- BIENESTAR EMOCIONAL AFECTIVO
- RESPONSABILIDAD SOCIAL

Ámbitos de la Formación Socioemocional

- PRÁCTICA Y COLABORACIÓN CIUDADANA
- EDUCACIÓN INTEGRAL EN SEXUALIDAD Y GÉNERO
- ACTIVIDADES FÍSICAS Y DEPORTIVAS
- EDUCACIÓN PARA LA SALUD
- ACTIVIDADES ARTÍSTICAS Y CULTURALES



La serie Expedición, diseñada para el subsistema Conalep, sigue el modelo de las 5E: Enganchar, Explorar, Explicar, Elaborar y Evaluar, con base en los 8 principios de la Nueva Escuela Mexicana.

CAMINO A LA META

La estructura metodológica se compone de tres fases: la 'salida' es el inicio, la 'travesía' es el desarrollo, y la 'meta' es el cierre.

UNIDAD DE APRENDIZAJE 1

Aplicación del pensamiento probabilístico.

Propósito de la unidad

Construir elementos propios de la conceptualización y aplicación de la probabilidad para la transposición didáctica, a fin de orientar la toma de decisiones.

40 horas

RESULTADO DE APRENDIZAJE 1.1

Identifica la incertidumbre derivada de la viabilidad de eventos aleatorios, considerando su cuantificación a través de la consulta de datos basados en ejemplos contextuales que guían los procesos de percepción e intuición.

15 horas

PROGRESIÓN DE APRENDIZAJE

1. Discute la importancia de la toma razonada de decisiones, tanto a nivel personal como colectivo, utilizando ejemplos reales o ficticios que sean significativos para las y los estudiantes y en los que se valore la recolección y organización de datos.

2. Identifica la incertidumbre como consecuencia de la variabilidad y a través de la consulta de datos o simulaciones, considera la frecuencia con la que un evento puede ocurrir con la finalidad de tener más información sobre la probabilidad de que dicho evento suceda.

Categoría: Procesos de razonamiento.
Subcategoría: Pensamiento aleatorio.
Metas de aprendizaje:

- Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo.
- Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación.

3. Identifica la equiprobabilidad como una hipótesis que, en caso de que se pueda asumir, facilita el estudio de la probabilidad y observa que cuando se incrementa el número de repeticiones de una simulación, la frecuencia del evento estudiado tiende a su probabilidad teórica

Categorías:

- Procedural.
- Interacción y lenguaje matemático.
- Solución de problemas y modelación.

Subcategorías:

- Manejo de datos.
- Registro escrito, simbológico, algebraico e iconográfico.
- Uso de modelos.

Metas de aprendizaje:

- Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento.
- Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema.
- Esquematiza situaciones para su solución mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde con el contexto.

Aprendizajes de trayectoria:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
- Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.

Transversalidad interdisciplinaria: Cultura digital, Lengua y comunicación, Formación socioemocional (Responsabilidad social)

Actividad de evaluación Evidencias a recopilar Ponderación

1.1.1 Elabora un portafolio de evidencias que incluya la recolección de información, organización, análisis y esquematización de una situación o problema contextual, además de las actividades previas.

EVIDENCIA A RECOPILAR	PONDERACIÓN
Portafolio de evidencias	15 %

Evaluación Diagnostica

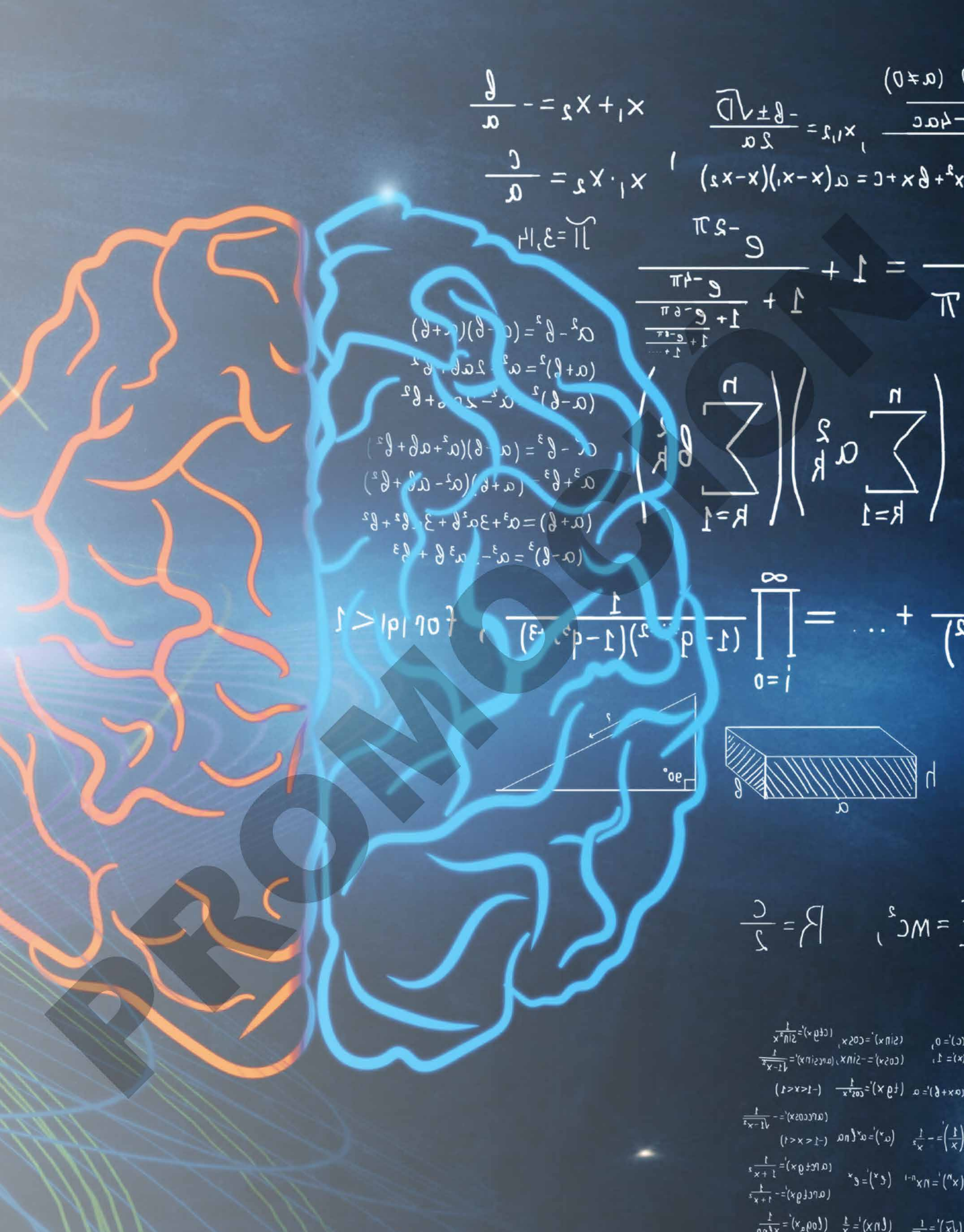
Trabajo independiente: resuelve la siguiente sopa de letras.

G	V	X	Z	Y	S	E	N	O	I	C	I	T	E	P	E	R	N	E	M
X	É	O	R	G	A	N	I	Z	A	C	I	Ó	N	Ú	Í	É	M	D	V
E	H	X	G	E	S	P	A	C	I	O	M	U	E	S	T	R	A	L	E
P	Q	I	I	Ó	P	T	E	S	T	A	D	Í	S	T	I	C	A	N	É
E	M	U	Z	T	Ü	S	É	H	Y	Z	Ó	E	Ü	Y	U	Z	O	Ú	S
S	Á	O	I	O	O	N	E	C	Ñ	S	Ñ	Ñ	L	L	H	R	O	E	X
E	A	O	Ñ	P	T	D	Ú	N	N	P	A	Z	A	R	D	V	N	Ó	H
N	I	Á	J	A	R	N	Q	Á	O	I	Ñ	F	Á	E	A	O	A	S	V
O	N	T	A	L	Z	O	E	A	É	I	C	R	N	R	I	L	R	D	V
I	C	Z	F	E	F	F	B	V	Ú	P	C	A	I	S	Ñ	D	T	Y	R
C	E	Ñ	B	A	R	Ñ	J	A	E	T	C	A	I	V	Ó	P	S	O	E
A	R	Ü	B	T	A	E	B	T	B	I	B	C	N	Z	Z	Ú	E	E	C
T	T	Y	R	O	C	Ñ	C	Á	O	I	E	P	E	I	O	F	U	T	O
U	I	N	Ú	R	A	Í	S	N	L	D	L	H	N	E	B	B	M	N	L
M	D	Ó	Í	I	S	O	E	I	E	M	G	I	É	U	M	M	A	O	E
R	U	O	M	O	O	S	D	D	É	S	L	B	D	P	Ú	R	O	C	C
E	M	Y	Z	Í	Ó	A	A	É	Ñ	Y	O	D	Á	A	É	F	G	C	C
P	B	Ñ	G	B	D	M	A	O	B	Á	F	T	Ú	P	D	Ñ	E	I	I
A	R	R	K	J	O	D	A	D	I	L	I	B	A	B	O	R	P	M	Ó
G	E	M	F	T	I	D	Ú	H	F	B	Ú	P	X	D	Y	M	Z	S	N

PROBABILIDAD
ESTADÍSTICA
MUESTRA
EVENTO
RECOLECCIÓN
DATOS
ALEATORIO
AZAR
TOMA DE DECISIONES

ORGANIZACIÓN
PERMUTACIONES
COMBINACIONES
VARIABILIDAD
INCERTIDUMBRE
REPETICIONES
EQUIPROBABILIDAD
TÉCNICA
CONTEO

ORDENACIONES
ÉXITO
FRACASO
ESPACIO MUESTRAL



Pensamiento estadístico y probabilístico

Progresión de aprendizaje 1

Equipaje de mano

Metas	M1.1
Categorías	C2
Subcategorías	S1.1

SALIDA
(INICIO)

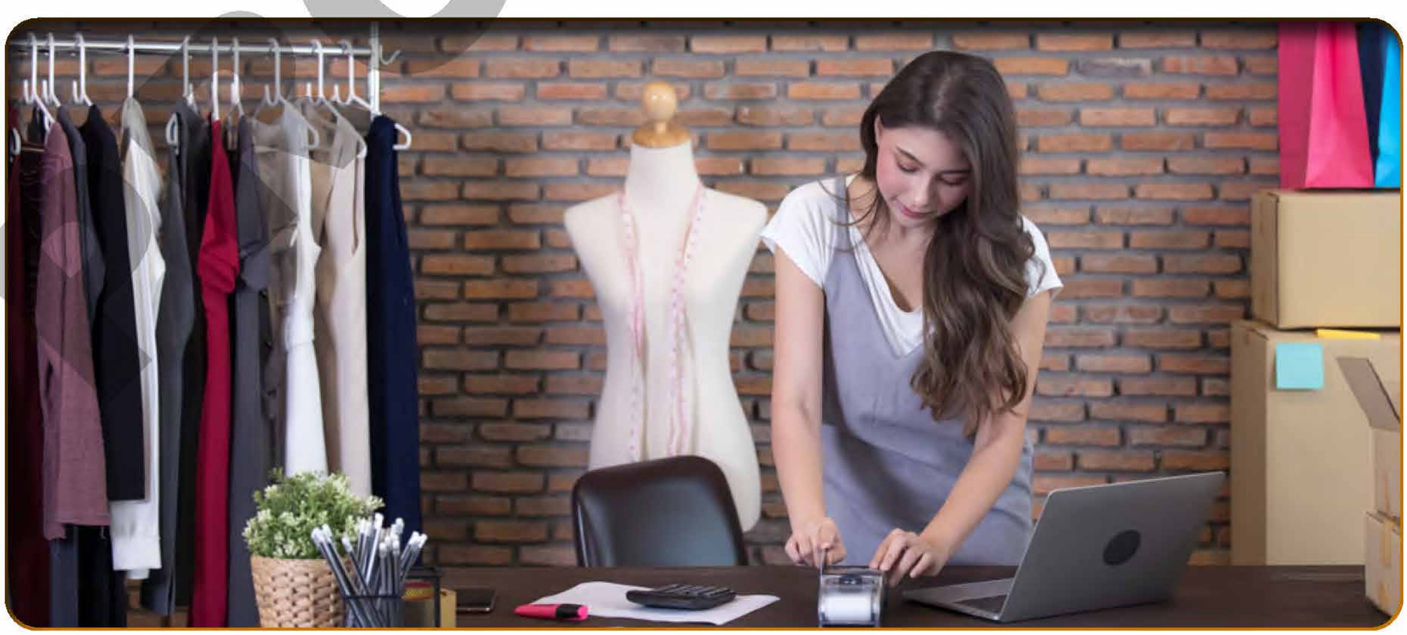
ENGANCHAR

En la vida cotidiana, nos encontramos con una gran cantidad de problemas que pueden abordarse de manera sistemática. Esto significa seguir una serie de pasos lógicos que pueden conducir a diversos resultados posibles, donde entran en juego conceptos de estadística y probabilidad.

¿Por qué es importante realizar un estudio de mercado antes de abrir un negocio?

Un grupo de socios está decidido a abrir una tienda de ropa ecológica y sostenible, y para ello deben llevar a cabo un análisis exhaustivo que respalde su idea de negocio. Este proceso no solo requiere una investigación de mercado profunda, sino también la recopilación y el análisis de datos relevantes que les permitan tomar decisiones informadas y estratégicas. La viabilidad de su proyecto dependerá en gran medida de su capacidad para comprender las tendencias actuales, las preferencias de los consumidores y el panorama competitivo. Adoptar un enfoque metódico les permitirá identificar tanto las oportunidades como los desafíos que podrían presentarse en el camino.

Además, es fundamental que los socios establezcan precios accesibles y competitivos, ya que esto jugará un papel crucial en la atracción y retención de clientes. Para lograrlo, deberán alinearse con las modas y estilos de temporada, al mismo tiempo que promueven la conciencia ambiental entre sus consumidores. Educar a los clientes sobre el impacto de sus elecciones de compra puede no solo incrementar las ventas, sino también fomentar un cambio positivo en la comunidad. En este contexto, el análisis estadístico y probabilístico se convierte en una herramienta esencial, permitiendo a los socios transformar su visión en una realidad próspera y responsable, que no solo beneficie a su negocio, sino también al medio ambiente y a la sociedad en su conjunto.



A. Reúnanse en equipos y respondan las siguientes preguntas. Luego, analicen en conjunto las respuestas y discutan cuál es la mejor opción, llegando a un consenso.

EXPLORAR

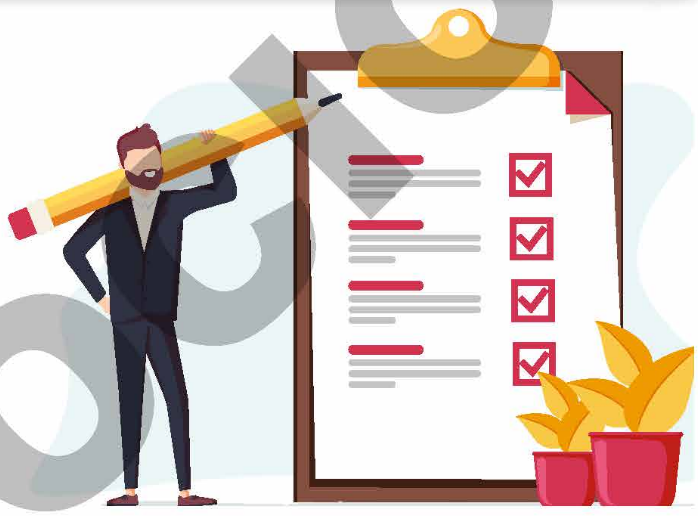
5E

1. ¿Qué factores debería considerar los socios para evaluar el potencial de su negocio?

Lo socios deciden realizar encuestas para recolectar datos sobre las preferencias de los consumidores en relación con la ropa ecológica. Las encuestas incluyen las siguientes preguntas:

- ¿Qué aspectos son más importantes para ti al comprar ropa (calidad, precio, sostenibilidad)?
- ¿Con qué frecuencia compras ropa nueva?
- ¿Estarías dispuesto a pagar más por ropa sostenible?

Que otras preguntas le agregarías a la encuesta



Considerando el cuestionario para la encuesta conteste lo siguiente y discútanlo frente a grupo.

2. ¿Cómo pueden los socios asegurarse de que su muestra de encuestados sea representativa?

Además de las encuestas, los socios podrían organizar un pequeño grupo de consumidores como muestra para discutir sus opiniones sobre la ropa ecológica. Este enfoque de cualidades permite obtener información más profunda.

3. ¿Qué ventajas presenta la muestra de clientes en comparación con las encuestas?

4. ¿Cómo podrían los socios utilizar la información de la muestra de clientes para mejorar su oferta de productos?

A través del análisis de competencia, los socios descubren que varios competidores están ofreciendo ropa ecológica, pero pocos se enfocan en la moda casual. Esto brinda una oportunidad para diferenciar su negocio.

5. ¿Qué factores deben considerar los socios para evaluar a sus competidores?

6. ¿Cómo puede la información sobre la competencia influir en la estrategia de los socios?

Con el lanzamiento del nuevo negocio siempre conlleva incertidumbres. Por lo tanto, los socios deben considerar factores aleatorios que pueden afectar el éxito de su tienda, como cambios en las tendencias de moda o la aparición de nuevos competidores.

7. ¿Cómo pueden prepararse los socios para manejar la incertidumbre en el mercado?

8. ¿Qué estrategias podrían implementar para mitigar el riesgo asociado con el lanzamiento del negocio?

Con los datos organizados y analizados, los socios ahora se encuentran en una mejor posición para tomar decisiones informadas sobre su negocio. Debe considerar no solo los datos, sino también el contexto y las implicaciones de su decisión.

9. ¿Qué factores adicionales podrían influir en la decisión de abrir su negocio?

10. ¿Cómo pueden los datos ayudar a los socios a prever posibles resultados de su decisión?

El lanzamiento de un nuevo negocio no solo afecta a los socios, sino también a los consumidores y a la economía en general. Los socios deben considerar cómo su tienda beneficiará a los consumidores y si es sostenible a largo plazo.

11. ¿Qué responsabilidad tienen los socios hacia sus consumidores al abrir su negocio?

El pensamiento estadístico y probabilístico es una herramienta poderosa que permite a las personas y organizaciones abordar la incertidumbre de manera efectiva. A través del ejemplo hemos visto cómo la recolección y análisis de datos pueden guiar la toma de decisiones. En un mundo cada vez más complejo y cambiante, desarrollar estas habilidades es esencial para el éxito en cualquier ámbito. Con una base sólida en el pensamiento estadístico, podemos enfrentar los desafíos con confianza y adaptabilidad.

TRAVESÍA
(DESARROLLO)

EXPLICAR

Toma de decisiones

Al inicio de cada día nos levantamos y comenzamos a pensar en todos los pendientes que tenemos, y es ahí donde empieza la toma de decisiones, desde bañarnos, elegir nuestra ropa, desayunar, comer o cenar, elegir la ruta más rápida para llegar a la escuela, al trabajo, y en cuanto comienza nuestra rutina, pensamos o tratamos de organizarnos para resolver los pendientes que tenemos y el nuevo trabajo o actividades que realizaremos.

Sin embargo, el problema no termina, porque todos los días se repite el ciclo y hay que tomar más decisiones y conforme pasan los años, las responsabilidades son cada vez mayores, estudiar una carrera universitaria, ser emprendedor, o incorporarse al sector laboral, casarse o no, tener una familia propia, comprar o adoptar una mascota, comprar una casa, un auto, ropa, calzado, y cubrir las necesidades básicas para tratar de llevar una calidad de vida aceptable y acorde a nuestras posibilidades y capacidades, siempre tratando de predecir hechos o vernos a futuro como personas exitosas.

El origen de la probabilidad reside en la necesidad del ser humano de anticiparse a los hechos, y de predecir en cierta medida el futuro. Así, en su empeño por percibir patrones y conexiones en la realidad, se enfrentó constantemente al azar, o sea, a lo que carece de orden.

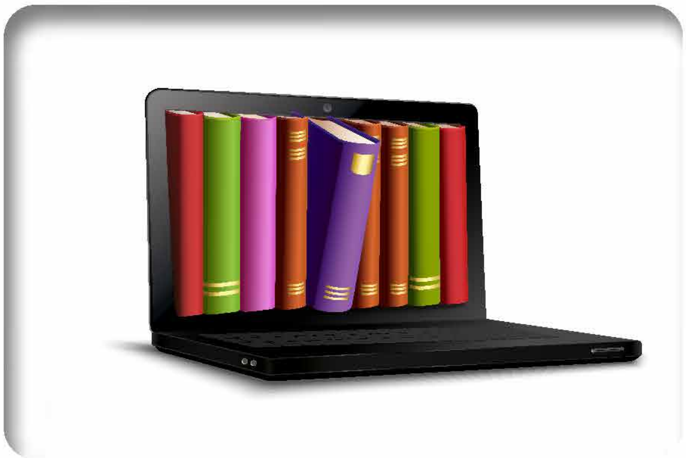
El importante y fascinante tema de la probabilidad comenzó en el siglo XVII con los esfuerzos de matemáticos como Fermat y Pascal en resolver preguntas relacionadas con los juegos del azar. Hasta el siglo XX se desarrolla una teoría matemática rigurosa basada sobre axiomas, definiciones y teoremas. Con el correr de los años, esta teoría encuentra su cauce en diversas ciencias o campos como ingeniería, ciencias, matemáticas, agricultura, la administración de empresas, la medicina y la psicología.

Pero, ¿qué es la probabilidad y cómo se relaciona con la toma de decisiones?

El término probabilidad proviene de lo probable, o sea, de que es más posible que ocurra, y se entiende como el mayor o menor grado de posibilidad de que un evento aleatorio ocurra, expresado en una cifra entre 1 (un evento seguro de que suceda) y 0 (un evento imposible) o bien en porcentajes entre el 100 % o el 0 %, respectivamente.

Una forma empírica de estimar la probabilidad consiste en obtener la frecuencia con la que sucede un acontecimiento mediante la repetición de experimentos aleatorios, bajo condiciones suficientemente estables. En algunos experimentos de los que se conocen todos los resultados posibles, las probabilidades de estos sucesos pueden ser calculadas de manera teórica, especialmente cuando todos los resultados son igualmente probables.

La teoría de la probabilidad es la rama de la matemática que estudia los experimentos o fenómenos aleatorios.



Una de las primeras aplicaciones de la probabilidad fue en las ciencias actuariales, que comprenden el estudio de seguros de vida, fondos de pensiones y problemas relacionados. Otro uso importante está en la estadística, la cual penetra en una multitud de campos, tales como finanzas, economía, biología, psicología y las ciencias sociales en general. También se emplea en la física y química modernas y en muchas ingenierías, por ejemplo, en la teoría de ajuste por mínimos cuadrados, en el estudio de problemas de aglomeración (problemas de tráfico), en la teoría de muestreo y en el control de calidad de productos manufacturados.

Por ejemplo, en la toma de decisiones cuando se compra un automóvil o una motocicleta, pueden surgir preguntas como: ¿qué tipo de seguro me conviene comprar y porque hay tantas empresas de seguros y tanta variabilidad de pólizas de seguros?

Las empresas dedicadas a vender seguros realizan investigaciones sobre seguros de vida y el riesgo potencial de que suceda un accidente vial, para esto obtienen información de cuantos vehículos hay en una ciudad. ¿Qué tipo de datos deben analizar las aseguradoras para calcular el riesgo?

Ejemplo. En la CDMX, cuántos habitantes tienen un automóvil o motocicleta, rango de edades, sexo, el uso que le dan al automóvil o motocicleta, si será particular, taxi, mensajería, etcétera.

Una vez que se tiene esa información se le pregunta al cliente el tipo de seguro que necesita: cobertura parcial, total o un plus en donde el propio cliente elige una serie de opciones para enriquecer la cobertura de su seguro y dependiendo de esto es como se incrementará el costo del seguro; aquí intervienen varios factores como la referencia, cilindraje del motor, valor de la motocicleta o automóvil, perfil del cliente, ciudad de circulación y el índice de robo en la ciudad donde vives. En el mercado se encuentran muchas pólizas y existen algunas que resultan más favorables para el cliente, ya que no tienen en cuenta esos factores sino una tarifa fija independiente del vehículo. A esto se le suma si se cubre o no los accesorios, o de la marca del vehículo.

Aquí lo más importante es leer las cláusulas del seguro, porque después vienen los problemas al requerir en caso de un accidente vial y no te cubren todo lo prometido al momento de adquirir el seguro y el monto que te darán dependiendo de las pérdidas materiales como humanas.

Ejemplo. Al momento de tener un accidente vial, se realiza un peritaje, en el cual se hace el recuento de los daños, cómo fue, cuántos viajaban en el vehículo, si iban viajando niños en la parte delantera, quien manejaba, hombre o mujer y de qué edad, a qué velocidad fue el impacto, si ibas bajo el efecto de estupefacientes y un sinfín de preguntas y formularios por llenar, para que los del seguro se amparen en caso de pérdida total o parcial; si hubo decesos la situación se complica.

¿SABÍAS QUÉ...?

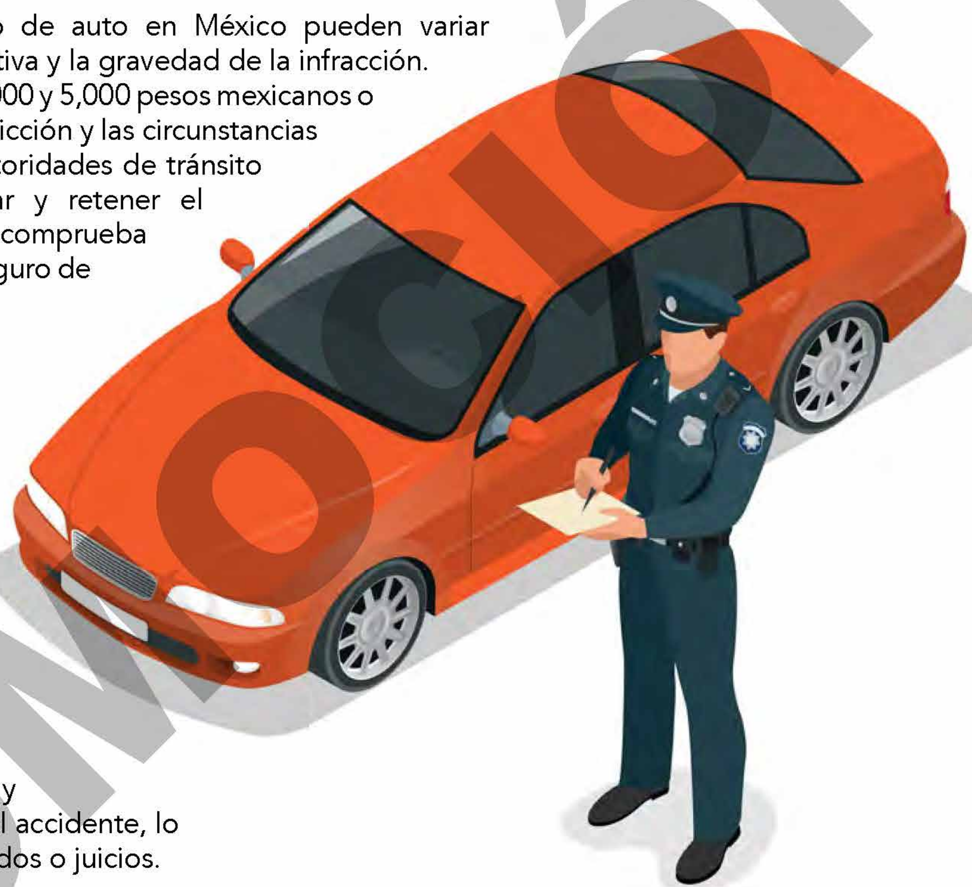
El 90 % de las muertes por accidentes de tránsito ocurren en países de ingresos bajos y medios. Los accidentes de tráfico cuestan a los países alrededor del 3 % de su PIB.Casi la mitad (49 %) de las personas que mueren en las vías de tránsito del mundo son peatones, ciclistas y motociclistas, convirtiéndose en las principales víctimas fatales a causa del tránsito en todas las subregiones excepto Norteamérica, donde los ocupantes de los automóviles son las principales víctimas.

La posesión de un vehículo conlleva responsabilidades que van más allá de llenar el tanque de gasolina y seguir las señales de tráfico. Una de las interrogantes recurrentes entre los propietarios de vehículos es si es obligatorio tener un seguro de auto en México.

La respuesta es sí, es obligatorio tener un seguro de auto en México. Esta obligación se estableció en 2013, cuando se modificó la Ley de Caminos, Puentes y Autotransporte Federal.

Esta modificación legal fue un paso importante en la protección de los derechos y la seguridad de los usuarios de las carreteras mexicanas. Según esta ley, todos los vehículos motorizados que circulen por el país deben contar con un seguro de responsabilidad civil, comúnmente conocido como seguro de auto obligatorio.

Las multas por no tener un seguro de auto en México pueden variar ampliamente según la entidad federativa y la gravedad de la infracción. Estas multas suelen oscilar entre los 2,000 y 5,000 pesos mexicanos o incluso más, dependiendo de la jurisdicción y las circunstancias del caso; además de la multa, las autoridades de tránsito tienen la autoridad para inmovilizar y retener el vehículo en el lugar del incidente si se comprueba que el conductor no cuenta con un seguro de auto válido.



En muchos casos, las autoridades pueden retener la licencia de conducir del infractor hasta que presente pruebas de que ha adquirido un seguro de auto válido y en situaciones más graves, como un accidente automovilístico causado por un conductor sin seguro, las consecuencias legales pueden ser aún más severas. El conductor puede enfrentar demandas civiles por daños y perjuicios por parte de las víctimas del accidente, lo que podría resultar en costosos acuerdos o juicios.

HONESTIDAD 3

Observa el siguiente video "3 puntos que ¡LAS ASEGURADORAS NO QUIEREN QUE SEPAS!" y reflexiona su contenido. Comenta con tus compañeros de clase.

Actividad de aprendizaje

ELABORAR

Trabajo independiente:

B. Investiga un tipo de seguro, que te podría ayudar. Ejemplo. Un seguro de vida por accidente vial por viajar en transporte público, un asalto o robo de pertenencias, un seguro para tu mascota, etcétera.

Deberán colocar mínimo tres tipos de cobertura (total, parcial o VIP)

En el caso de seguros de automóvil: que cobertura ofrece, beneficios, monto total por pérdida total o parcial del objeto asegurado, acompañamiento jurídico, asistencia de grúa, asistencia vial, gastos de hospitalización, daños a terceros, etcétera.

En el caso de seguros de hogar: beneficios por contratar el seguro, monto por pérdidas materiales en el caso de un robo a casa habitación, incendios causados por fallas en la conexión del gas o por falla eléctrica, inundaciones, rotura de cristales, robo a casa habitación, descargas eléctricas, responsabilidad civil doméstica, etcétera.

En el caso de celulares: si el robo fue con o sin violencia, robo de identidad o de información personal, de cuentas en redes sociales, banca móvil en tu celular, información privada en el celular, etcétera.

En el caso del seguro de Mascotas, si incluye gastos médicos veterinarios que cubren la atención de tu mascota en caso de accidente o enfermedad, brindándote respaldo en situaciones que requieran intervención quirúrgica, análisis de laboratorio, hospitalización etcétera.

Escribir datos relevantes sobre robo de vehículos, a casa habitación de celulares y mascotas; decesos por accidentes viales al año, incendios en casa habitación ya sea provocados o por fallas en el sistema eléctrico o de gas.

¿Cuáles son las consecuencias de no contar con un seguro?, explica lo más detalladamente posible.

Socializa tu investigación con tus compañeros de grupo y compara precios, cobertura y beneficios al adquirir un seguro. Escribe pros y contras al contratar uno.

EVALUAR

META
(CIERRE)

Tabla de niveles de desempeño del estudiante

Nivel de desempeño	Valoración de los criterios	Referencia numérica
A Destacado	Seis criterios demostrados	**10**
B Satisfactorio	Cinco criterios demostrados	**9**
C Suficiente	Cuatro criterios demostrados	**8**
	Tres criterios demostrados	**7**
D Requiere apoyo	Dos criterios demostrados o menos	**6**

Lista de cotejo para los ejercicios y problemas realizados

Propósito de la progresión:
Discute la importancia de la toma razonada de decisiones, tanto a nivel personal como colectivo, utilizando ejemplos reales o ficticios y de problemáticas complejas que sean significativas para valorar la recolección de datos, su organización y la aleatoriedad.
Se busca llevar al estudiantado a que aprecie el poder de la matemática y el pensamiento estadístico y probabilístico. En este punto no se espera que se resuelvan las problemáticas abordadas.

Objetivo:
Los estudiantes abordan problemáticas de ejemplos reales y ficticios haciendo solo el planteamiento del problema realizando discusiones con sus compañeros de grupo para proponer una solución

Criterios de evaluación	Sí	No
a) Los estudiantes están familiarizados con los conceptos aprendidos en esta primera progresión, y son capaces de dominarlos.	☐	☐
b) Los estudiantes plantean algún problema sobre probabilidad de manera individual en equipos o grupal, sin ayuda del profesor.	☐	☐
c) Los estudiantes trabajan en equipo y realizan correctamente su trabajo.	☐	☐
d) Contestan correctamente las preguntas formuladas por sus compañeros o por el profesor.	☐	☐
e) Son capaces de proponer soluciones a los problemas planteados.	☐	☐
f) Los estudiantes están familiarizados con los conceptos que aplicaron en esta progresión y son capaces de explicar ante el grupo una probable solución del problema planteado, dominando el tema y el lenguaje formal acorde a la materia de probabilidad y estadística.	☐	☐

Incertidumbre en eventos

Progresión de aprendizaje 2

Equipaje de mano

Metas	M1.1, M2.1
Categorías	C2
Subcategorías	S1.1, S2.1

ENGANCHAR

Identifica la incertidumbre como consecuencia de la variabilidad y a través de simulaciones considera la frecuencia con la que un evento aleatorio puede ocurrir con la finalidad de tener más información sobre la probabilidad de que dicho evento suceda.

SALIDA
(INICIO)

A. **En equipos de cuatro integrantes, lean el siguiente artículo sobre el Huracán Otis. Reflexionen sobre este suceso y contesten las preguntas.**

Huracán Otis

Fue el decimoquinto ciclón tropical de la temporada ciclónica del Pacífico de 2023. Se trató de un evento natural de dimensiones reducidas, pero de extraordinaria potencia y capacidad destructiva. Se considera el ciclón tropical más fuerte que ha tocado tierra en las costas del pacífico mexicano, y el primero en hacerlo como huracán de categoría 5 en la escala Saffir-Simpson, hizo su arribo a tierra el 24 de octubre de 2023 en las proximidades de Acapulco.

Las proyecciones iniciales auguraban que en su apogeo sería una tormenta tropical. Sin embargo, Otis experimentó una intensificación rápida, y alcanzó velocidades máximas del viento de 165 mph (270 km/h) e hizo aparición en tierra con dicha potencia. Tras su ingreso continental, la fuerza del huracán mermó con celeridad, desvaneciéndose en la jornada subsiguiente. Entre las consecuencias de Otis se encuentran al menos 47 decesos y 59 personas no localizadas. Hasta el 21 de diciembre de 2023, ninguna autoridad había dado un recuento o alguna cifra estimada de personas heridas.

Al efectuar su entrada ligeramente al oeste de Acapulco, los implacables vientos de Otis comprometieron la integridad de numerosas infraestructuras urbanas. Se registraron desprendimientos terrestres e inundaciones, como consecuencia de las precipitaciones intensas y sostenidas.

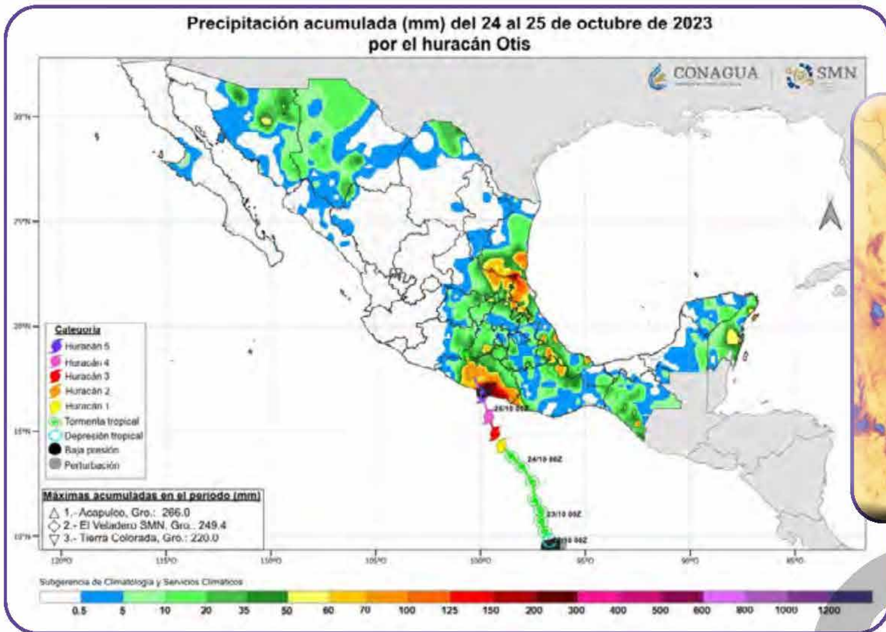
Los meteorólogos e investigadores del Centro de Vuelo Espacial Goddard de la NASA, dijeron que Otis tenía "todos los ingredientes adecuados, es decir, "había condiciones para una rápida intensificación, pero en ese momento era difícil predecir por qué la rapidez y la magnitud de la intensificación fueron tan grandes" mencionaron los especialistas.

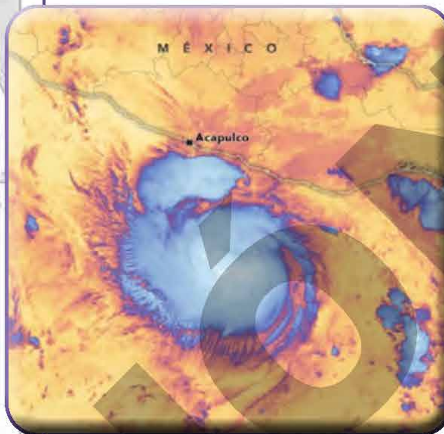
Error de predicción

La agudización extrema del fenómeno fue en gran medida inesperada: apenas 24 horas previas a que Otis alcanzase la categoría 5, el NHC anticipó una intensidad máxima de tan solo 70 mph (110 km/h). El rumbo previsto para el ciclón tropical no indicaba que este impactaría en el sur de México; por el contrario, desvió su trayectoria hacia el oeste, manteniéndolo en aguas abiertas. Posteriormente, el rumbo estimado se modificó para indicar que Otis haría contacto con tierra. Los modelos numéricos de predicción climatológica no lograron discernir adecuadamente la magnitud de la agudización fulminante que tuvo lugar, en parte a causa de la insuficiencia de datos (se efectuó únicamente un vuelo de Hurricane Hunters y no existe radar Doppler en la zona de impacto).

Algunas simulaciones de modelos no anticiparon el impacto terrestre en lo absoluto.

B. Contesta las siguientes preguntas con respecto al artículo leído.





1. ¿Cómo se describe al Huracán Otis en el artículo? ¿Cómo fue considerado según la escala Saffir-Simpson?

2. ¿En dónde causó mayor daño el Huracán Otis?

3. ¿Cuánta velocidad máxima alcanzaron los vientos generados por el Huracán en mph y en km/h?

4. ¿Cuáles fueron las consecuencias de Otis en lo que se refiere a pérdidas humanas y personas heridas?

5. ¿Qué dijeron los meteorólogos e investigadores del Centro de Vuelo Espacial Goddard de la NASA, acerca de Otis y su intensificación?

6. ¿Por qué los modelos numéricos de predicción climatológica y algunas simulaciones de modelos no anticiparon el impacto terrestre en lo absoluto, al momento de predecir si el huracán tocaría o no tierra?

EXPLORAR

Actividad de aprendizaje

C. En equipos de cinco integrantes, investiguen y contesten las siguientes preguntas.

1. ¿Cómo se forma un huracán?

2. ¿Qué es la escala Saffir-Simpson?

3. ¿A cuánto ascienden las pérdidas económicas?

4. ¿Cómo se llevaron a cabo las operaciones de rescate después de que se disipo el huracán?, ¿cómo se reestableció el suministro eléctrico?

5. ¿Alguna vez has estado en medio de un Huracán o en algún otro desastre natural?, describe tu experiencia de manera detallada.

MOMENTO DE REFLEXIÓN

1. Observa el siguiente video "Acapulco vive un infierno tras el huracán Otis" y reflexiona su contenido.

TRAVESÍA
(DESARROLLO)

La incertidumbre en un evento

EXPLICAR

Se refiere a la falta de certeza o predictibilidad en un evento o situación, y puede ser causada por la variabilidad en los datos o condiciones. En la actividad de enganche se habla acerca de cómo una tormenta tropical se pude convertir rápidamente en un huracán, como el de Acapulco y en el cual, aunque inicialmente se clasificó como tormenta tropical en aproximadamente 24 horas se convirtió en un huracán de categoría 5 y devastó la ciudad.

A través de simulaciones, es posible considerar la frecuencia con la que un evento aleatorio puede ocurrir, lo que proporciona información sobre la probabilidad de que dicho evento suceda, pero como se vio en el artículo sobre el huracán Otis, los modelos numéricos de predicción climatológica no lograron discernir adecuadamente la magnitud de la agudización fulminante que tuvo lugar, en parte a causa de la insuficiencia de datos y algunas simulaciones de modelos no anticiparon el impacto terrestre en lo absoluto.

Las simulaciones permiten modelar diferentes escenarios y calcular la probabilidad de ocurrencia de un evento en función de múltiples variables y condiciones, lo que ayuda a tomar decisiones informadas en situaciones inciertas. Por eso en México se cuenta con la Secretaría de la Defensa Nacional, la cual puso en marcha el plan DN-III-E y el plan Marina de la SEMAR en su etapa de "Auxilio a la Población Civil" y el Plan GN-A. Sin embargo, hubo insuficiencia de instrumentos por parte del Ejército Mexicano para remover el lodo y los árboles derribados que obstruían las vías, dadas las intensas inundaciones y la acumulación de sedimentos.

En virtud de la inminente llegada del huracán Otis, las autoridades gubernamentales de Guerrero instauraron 396 albergues con el propósito de resguardar a los ciudadanos afectados por las intensas ráfagas y los estragos de las marejadas ciclónicas.
Sin embargo, aún así se vivió mucha tensión he incertidumbre por parte de los pobladores de Acapulco. Entonces, ¿cómo podemos predecir o prevenir este tipo de desastres naturales como inundaciones, temblores o terremotos, tormentas tropicales o huracanes y tormentas de nieve u olas de calor que afectan nuestro diario acontecer en diferentes épocas del año?

La probabilidad se utiliza para definir el cálculo matemático que establece todas las posibilidades existentes de que ocurra un fenómeno en determinadas circunstancias de azar. La probabilidad se calcula con base en un valor entre 0 y 1 y el nivel de certidumbre viene determinado por la cercanía a la unidad; por el contrario, en caso de que se aproxime al cero, hay menos seguridad en el resultado final.

¿SABÍAS QUÉ...?

Los juegos de azar han sido una parte intrincada de la cultura y el entretenimiento humano durante siglos. Desde los juegos de dados en la Roma antigua hasta los modernos casinos en línea, el juego ha evolucionado y se han diversificado a lo largo del tiempo

Todos estamos familiarizados con la importancia de los experimentos en la ciencia y en la ingeniería; un principio fundamental es que si efectuamos tales experimentos los mismos resultados. Sin embargo, hay experimentos en los cuales los resultados no son esencialmente los mismos a pesar de que las condiciones sean aproximadamente idénticas. Tales experimentos se denominan experimentos aleatorios.

Ejemplos:

1. Si lanzamos una moneda el resultado del experimento es un "sol", simbolizado por *S (ó 0)*, o un "águila", simbolizada por *A (ó 1)*, es decir, uno de los elementos del conjunto *{S,A}* ó *{0,1}*
2. Si lanzamos un dado el resultado del experimento es uno de los números en el conjunto *{1,2,3,4,5,6}*.
3. Si lanzamos una moneda dos veces, el resultado puede indicarse por *{SS, SA, AS, AA)*, es decir, dos soles, sol la primera y águila la segunda, etcétera.
4. Si tenemos una máquina que produce tuercas, el resultado del experimento es que algunos pueden estar defectuosos. Así cuando se produce una tuerca será un miembro del conjunto *{defectuoso,no defectuoso}*.

5. Si un experimento consiste en medir "la vida" de los focos ahorradores producidas por una compañía, el resultado del experimento es el tiempo t en horas que se encuentra en algún intervalo. **Ejemplo.** $0 \leq t \leq 5000$, donde suponemos que ningún foco ahorrador dura más de *5000 horas*.

Espacios muestrales

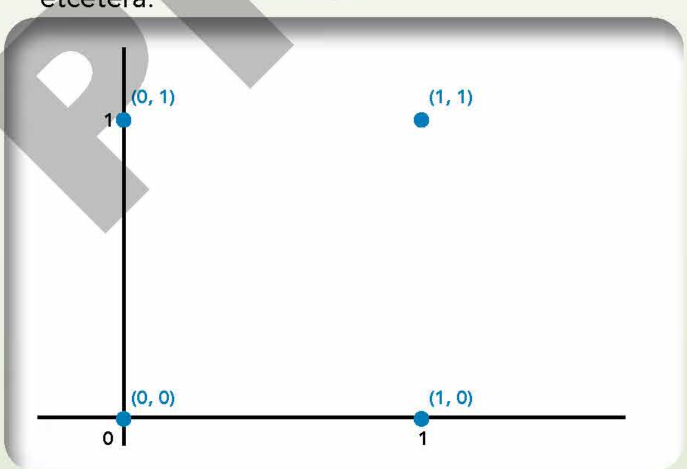
Un conjunto ξ *(letra griega Xi)* que consiste en todos los resultados de un experimento aleatorio se llama un espacio muestral y un resultado partículas, un elemento de ξ, se denomina punto muestral, con frecuencia habrá más de un espacio que describe los resultados de un experimento, pero hay comúnmente sólo uno que suministra la mayoría de la información. Observe que ξ corresponde al conjunto universal.

Ejemplo.

6. Si lanzamos un dado, un espacio o conjunto muestral de todos los resultados posibles se da $\{1,2,3,4,5,6\}$ y el espacio muestral consta de 6 elementos, en tanto que otro es *{par, impar}* que constaría de dos elementos. Sin embargo, es lógico que el último no sería adecuado para determinar, si un resultado es divisible por 3.

Frecuentemente es útil dibujar un espacio muestral gráficamente. En tal caso es deseable utilizar números en lugar de letras siempre y cuando sea posible.

7. Si lanzamos una moneda dos veces y utilizamos 0 para representar soles y 1 para representar águilas, el espacio muestral (véase ejemplo) puede dibujarse por puntos en el plano cartesiano donde, (0,1) representa sol en el primer lanzamiento y águila en el segundo lanzamiento, es decir, SA, etcétera.



Si un espacio muestral tiene un número finito de puntos, como en el ejemplo 7 se denomina espacio muestral finito. Si tiene puntos como números naturales 1,2,3,...,∞ se denomina espacio muestral infinito contable. Si tiene tantos puntos como hay en algún intervalo en el eje x, tal como $0 \leq x \leq 1$ se denomina espacio muestral infinito no contable. Un espacio muestral que es finito o infinito contable se denomina espacio muestral discreto, en tanto que uno que es infinito no contable se llama espacio muestral continuo o no discreto.

Esto está relacionado con las variables discretas y continuas.

- Una variable es un símbolo. **Ejemplo,** x, y, h, z o b, que puede tomar cualquiera de los valores de determinado conjunto al que se le conoce como dominio de la variable.
- A una variable que sólo puede tomar un valor se le llama constante.
- Una variable que puede tomar cualquiera de los valores entre dos números dados es una variable continua; de lo contrario es una variable discreta.

Ejemplos:

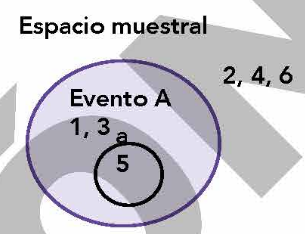
8. La cantidad N de hijos que tiene una familia puede tomar los valores $0,1,2,3,...$, pero no puede tomar valores como 2.5 o 3.842; ésta es una variable discreta.

9. La estatura h de una persona que puede ser $1.60\ m$, $1.63\ m$ o $1.65\ m$, dependiendo de la exactitud con que se mida, es una variable continua.

Los datos descritos mediante una variable discreta son discretos y los *descritos* mediante una variable continua son continuos. Un ejemplo es la cantidad de hijos que tiene cada una de 1 000 familias, en tanto los datos continuos son las estaturas de 100 estudiantes universitarios. En general, una medición proporciona datos continuos; en cambio, una *enumeración* o un *conteo* provee datos discretos.

1. Un evento A es un conjunto de resultados o, en otras palabras, un subconjunto del espacio muestral ξ.
   Por ejemplo, el lanzamiento de un dado donde el evento A es obtener pares = $\{2, 4, 6\}$
   ξ espacio muestral = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. En particular, el conjunto $\{a\}$, que consta de un único punto muestral "a" perteneciente al espacio muestral ξ, se denomina evento elemental.
   Por ejemplo, el espacio muestral ξ: de todos los posibles resultados al lanzar un dado, sería $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
   El evento A: Es cualquier subconjunto de ξ. donde, A es el evento de obtener números nones, entonces $A = \{1, 3, 5\}$.
   El evento elemental $\{a\}$ es un conjunto que contiene exactamente un solo punto muestral. En otras palabras, es un subconjunto de ξ que tiene solo un resultado. Por ejemplo, si $a=\{5\}$.



3. El conjunto vacío $\emptyset$ y el espacio muestral ξ son subconjuntos de ξ, y tanto $\emptyset$ como ξ son considerados eventos.

En el caso de lanzar un dado, el espacio muestral ξ se define como:
ξ={1,2,3,4,5,6} Esto representa todos los posibles resultados del experimento.
El conjunto vacío $\emptyset$ es un conjunto que no contiene ningún elemento:

$$\emptyset = \{\ \}$$

Como sucesos particulares, tenemos el suceso en sí mismo, que se considera el suceso cierto o seguro, ya que un elemento del espacio muestral ξ debe ocurrir. Por otro lado, al conjunto vacío $\emptyset$ se le llama evento imposible o evento nulo, puesto que no puede ocurrir ningún elemento de $\emptyset$

Dos eventos A y B se denominan mutuamente excluyentes si son ajenos; es decir, si $A \cap B = \emptyset$. En otras palabras, A y B son mutuamente excluyentes si y sólo si no pueden ocurrir simultáneamente. Tres o más eventos son mutuamente excluyentes si dos de ellos son mutuamente excluyentes. Supongamos que estamos lanzando un dado de seis caras. Definimos dos eventos:
Ejemplo propuesto
Para dos eventos:
Evento A: Obtener un número par al lanzar el dado. Esto incluye los resultados:

$$A = \{2,4,6\}$$

Evento B: Obtener un número impar al lanzar el dado. Esto incluye los resultados:

$$B = \{1,3,5\}$$

Por lo tanto, para determinar si los eventos A y B son mutuamente excluyentes, debemos analizar su intersección:

$$A \cap B = \{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset$$

Dado que la intersección de A y B es el conjunto vacío ($\emptyset$), esto significa que no hay resultados que sean simultáneamente pares e impares. Por lo tanto, podemos concluir que los eventos AA y BB son mutuamente excluyentes.
Para tres eventos:
Evento C: Obtener un número mayor que 3. Esto incluye los resultados: $C=\{4,5,6\}$
Para verificar si los eventos A, B y C son mutuamente excluyentes, analizamos las intersecciones:
Intersección entre A y C:

$A \cap C = \{2,4,6\} \cap \{4,5,6\} = \{4,6\}$ (no son mutuamente excluyentes)

Intersección entre B y C:

$B \cap C = \{1,3,5\} \cap \{4,5,6\} = \{5\}$ (no son mutuamente excluyentes)

Intersección entre A y B:

$A \cap B = \{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset$ (son mutuamente excluyentes)

ELABORAR

Actividad de aprendizaje

D. Trabajo independiente: resuelve los siguientes ejercicios.

1. Si lanzamos dos monedas, ¿el resultado del experimento cuál sería? Escríbelo como símbolos y como pares de números.

Solución:

2. Si lanzamos dos dados en el resultado del experimento, ¿cuáles serían los números en el conjunto?

Solución:

3. Si lanzamos una moneda tres veces, ¿ cuál sería el resultado del experimento? Escríbelo como símbolos y como tríadas de números.

Solución:

4. Si tenemos una máquina que produce tornillos, el resultado del experimento. ¿Cuál sería? ¿Cuáles son los miembros del conjunto?

Solución:

5. Si un experimento muestra que "la vida media" de las pantallas producidas por una compañía, es de aproximadamente cinco años, el resultado del experimento es el tiempo t en horas. Escribe el intervalo en horas en el que se encuentra la vida media de las pantallas y cuánto sería el tiempo máximo en horas que durarían las pantallas con ese tiempo.

Solución:

6. En cada uno de los casos siguientes indíquese si se trata de datos continuos o discretos:

a) Cantidad de acciones que se venden diariamente en la bolsa de valores. ____________________

b) Temperatura registrada cada media hora en un observatorio. ____________________

c) Vida media de los celulares producidos por una empresa. ____________________

d) Ingreso anual de los profesores de la preparatoria. ____________________

e) Longitud de 100 pernos producidos en una fábrica. ____________________

7. Si lanzamos una moneda dos veces, el evento que sólo resulte dos soles o dos águilas, el subconjunto del espacio muestral, ¿de cuáles puntos en el plano cartesiano consisten? Hacer la representación gráfica; ¿el espacio muestral de cuántos elementos constaría y cuáles son?

Solución:

5 E ELABORAR

Actividad de aprendizaje

E. En equipos de cuatro integrantes, realicen los siguientes experimentos.

8. Experimento 1

Lancen tres monedas y observen la sucesión de soles *(S)* y águilas *(A)* que se obtiene.

Es decir, cuál es el espacio muestral y cuántos elementos tiene.

Sea A el evento de obtener dos o más soles consecutivos y el evento B que todos los resultados sean iguales. Escribir los elementos del conjunto A y conjunto B y cuántos elementos tiene cada evento muestral.

Encontrar $A\ U\ B$, $A \cap B$, A^c y A-B.

Mencionar dos eventos vacíos.

Solución:

8. Experimento: 2

Lancen un dado (de seis caras), y observen el número (de puntos) que aparece en la cara superior.

¿Cuál es el espacio muestral ξ de este experimento?

Sea A el evento en el que se observa un número par, B el evento en el que se observa un número impar y C el evento en el que se observa un número primo.

Escribir los eventos muestrales de cada conjunto y mencionar cuántos elementos tiene cada conjunto.

Encontrar: $A\ u\ B$, $A\ u\ C$, $B\ u\ C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, A^c,C^c, B^c, $y\ A$-B,A-C,B-C.

Mencionar si existen eventos mutuamente excluyentes, si hay números pares o primos, si existe un evento donde hay un número primo impar o si no surge ningún número primo.

Solución:

9. Experimento: 3

Lancen una moneda hasta que aparezca una cara y cuenten el número de veces que se lanzó la moneda. Repetir el experimento al menos 10 veces ¿cuál es el espacio muestral ξ de este experimento? ¿El espacio muestral de este experimento es finito o infinito? Argumenten su respuesta.

Solución:

EVALUAR

META
(CIERRE)

Tabla de niveles de desempeño del estudiante

Nivel de desempeño	Valoración de los criterios	Referencia numérica
A Destacado	Cinco criterios demostrados	**10**
B Satisfactorio	Cuatro criterios demostrados	**9**
C Suficiente	Tres criterios demostrados	**8**
	Dos criterios demostrados	**7**
D Requiere apoyo	Un criterio demostrado	**6**

Lista de cotejo para los ejercicios y problemas realizados

Propósito de la progresión:

Identifica la incertidumbre como consecuencia de la variabilidad y a través de simulaciones considera la frecuencia con la que un evento aleatorio puede ocurrir con la finalidad de tener más información sobre la probabilidad de que dicho evento suceda.

Objetivo:

Los estudiantes resuelven problemas de variabilidad y la frecuencia con la que un evento sucede en cada ejercicio.

Criterios de evaluación	Sí	No
a) Los estudiantes comprenden el tema de variabilidad y frecuencia de un evento y aplican los conocimientos adquiridos al resolver los ejercicios planteados.	☐	☐
b) Los estudiantes son capaces de aplicar las definiciones variabilidad y frecuencia de eventos, para resolver los ejercicios que se les pide.	☐	☐
c) Los estudiantes resuelven los problemas sobre variabilidad y frecuencia de un evento, en colaboración con sus compañeros y sin ayuda del profesor.	☐	☐
d) Los estudiantes trabajan en equipo para realizar correctamente el trabajo que se les pide.	☐	☐
e) Los estudiantes llegan al resultado correcto.	☐	☐

Equiprobabilidad de un evento

Progresión de aprendizaje

Equipaje de mano

Metas	M1.2, M1.3, M1.4
Categorías	C1, C3, C4
Subcategorías	S1, S4, S5

ENGANCHAR

SALIDA
(INICIO)

Identifica la equiprobabilidad como una hipótesis que, en caso de que se pueda asumir, facilita el estudio de la probabilidad y observa que cuando se incrementa el número de repeticiones de una simulación, la frecuencia del evento estudiado tiende a su probabilidad teórica.

Equiprobabilidad de un evento

A. La probabilidad es fundamental porque nos que nos permite medir la incertidumbre en diversos fenómenos, Exploraremos cómo se aplica en situaciones cotidianas y cómo se puede calcular, observa el siguiente video

1. ¿Qué es la equiprobabilidad?

2. ¿Cuáles no son eventos equiprobables

B. Reúnanse por equipos y consigan, un dado, una moneda y una baraja

Lanzamiento de un dado:

Lancen el dado una vez en cada turno durante un total de 5 oportunidades. Antes de cada lanzamiento, mencionen la cara que desean que muestre el dado.

Apóyense en la siguiente expresión matemática para anotar lo que se solicita:

$$P(cara) = \frac{El\ número\ de\ caras\ que\ se\ pide}{el\ numero\ total\ de\ caras\ del\ dado}$$

1. Si lanzas un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número impar?

2. De los datos que obtuviste, crees que en cada lanzamiento del dado tenían la misma posibilidad de que se obtuvieron el número que pedían:

3. Si lanzas un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número par?

Lanzamiento de una moneda

C. Ahora traten con una moneda, lancen una moneda y anoten sus observa

1. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar la moneda una vez cada quién? Anota las probabilidades de cada resultado.

Como son dos caras y una posibilidad por cara entonces la probabilidad de cada cara es:

Probabilidades con un mazo de cartas

1. De una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de sacar un as? ¿Y de sacar un corazón?

2. Investiga un fenómeno real donde la equiprobabilidad juega un papel crucial (por ejemplo, un juego de azar, una encuesta o un modelo de negocio) y presenta tus hallazgos al grupo. ¿Qué aprendiste y cómo se relaciona con lo que discutimos en este capítulo?

Actividad de aprendizaje

D. Contesten las siguientes preguntas por equipo y comparten sus resultados:

1. ¿Qué es la equiprobabilidad y cómo se manifiesta en un dado?

2. ¿Por qué es importante la equiprobabilidad en la toma de decisiones?

3. ¿Puedes nombrar un ejemplo de la vida diaria donde la equiprobabilidad sea un factor clave?

4. ¿Cómo se relaciona la equiprobabilidad con la teoría de la probabilidad en general?

5. ¿Qué implicaciones tiene la equiprobabilidad en los estudios estadísticos?

MOMENTO DE REFLEXIÓN

1. Observa el siguiente video "EL SECRETO de los partidos arreglados en las apuestas deportivas" y reflexiona su contenido.

TRAVESÍA
(DESARROLLO)

EXPLICAR

El concepto de probabilidad

En cualquier experimento aleatorio siempre hay incertidumbre sobre si un suceso específico ocurrirá o no. Como medida de la oportunidad o probabilidad con la que podemos esperar que ocurra es conveniente asignar un número entre 0 y 1. Si estamos seguros de que el suceso ocurrirá decimos que su probabilidad es 100% ó 1, pero si aseguramos lo contrario decimos que su probabilidad es cero.

Ejemplo. Si la probabilidad es de 1/4, diríamos que hay un 25 % de oportunidad de que ocurra y un 75 % de que no ocurra. Equivale a decir que la probabilidad contra su ocurrencia es del 75 % al 25 % o de 3 a 1.

Existen dos procedimientos importantes por medio de los cuales podemos obtener estimativos para la probabilidad de un suceso.

Enfoque clásico o a priori: si un suceso puede ocurrir en h maneras diferentes de un número total de n maneras posibles, todos igualmente factibles, entonces, la probabilidad del suceso es h/n.

Ejemplo:
Supóngase que deseamos la probabilidad de que resulte una cara en un sólo lanzamiento de una moneda. Puesto que hay dos maneras igualmente factibles del resultado de la moneda, simplemente "sol" y "águila" (suponiendo que la moneda no se pierda ni caiga verticalmente), y de estas dos maneras una cara puede aparecer en una sola, razonamos que la probabilidad requerida es 1/2. Al llegar a este resultado suponemos que la moneda no ha sido manipulada o alterada en su forma original.

Enfoque como frecuencia relativa o a posteriori: si después de n repeticiones de un experimento, donde n es muy grande, un suceso ocurre h veces, entonces, la probabilidad del suceso es h/n. Esto se llama la probabilidad empírica del suceso.

Ejemplo.
Si lanzamos una moneda 1000 veces y hallamos que 532 veces resultan soles estimamos que la probabilidad de un sol es $532/1000 = 0.532$.

Ambos enfoques el clásico y el de frecuencia presentan serias dificultades, el primero debido a la vaguedad de las palabras "igualmente factibles" y el segundo debido a la vaguedad incluida en un "número muy grande". A causa de estas dificultades, los matemáticos en los últimos años se han orientado a un enfoque axiomático utilizando conjuntos.

La equiprobabilidad se refiere a la situación en la que todos los eventos posibles tienen la misma probabilidad de ocurrir.

Ejemplos.

- **Lanzamiento de una moneda justa:** cuando lanzas una moneda justa, la probabilidad de que salga cara es igual a la probabilidad de que salga cruz. Ambos eventos tienen una probabilidad de 1/2 o 0.5.
- **Lanzamiento de un dado:** si lanzas un dado regular de seis caras, la probabilidad de que salga cualquier número del 1 al 6 es la misma, es decir, 1/6 o aproximadamente 0.1667.
- **Sacar una carta de una baraja bien mezclada:** si tienes una baraja estándar de 52 cartas y la mezclas, la probabilidad de sacar cualquier carta específica es 1/52, ya que todas son igualmente probables.
- **Elegir un número al azar entre 1 y 100:** si tienes que elegir un número al azar entre 1 y 100, cada número tiene la misma probabilidad de ser elegido, es decir, 1/100 o 0.01

En estos ejemplos, cada resultado tiene la misma probabilidad de ocurrir, lo que demuestra la equiprobabilidad. Un modelo matemático probabilístico de fenómenos aleatorios se define al asignar "probabilidades" a todos los resultados posibles de un experimento. La confiabilidad del modelo matemático de un experimento depende de la proximidad que tengan las probabilidades asignadas con las frecuencias relativas limitantes reales.

Definición clásica

Imagina que un evento E puede ocurrir en h de n maneras igualmente posibles. Entonces, la probabilidad de que ocurra el evento (a la que se le llama éxito) se denota como:

$$p = P(E) = \frac{h}{n}$$

La probabilidad de que no ocurra el evento (a la que se le llama fracaso) se denota como:

$$q = P(no\ E) = \frac{n-h}{n} = 1 - \frac{h}{n} = 1 - p = 1 - P(E)$$

Por lo tanto, $p + q = 1$ o bien $P(E) + P(no\ E) = 1$. El evento *"no E"* suele denotarse $\bar{E}$ *o* $\hat{E}$ o bien $\sim E$

Ejemplo.

Cuando se lanza un dado, éste puede caer de seis maneras distintas, 1, 2, 3, 4, 5, o 6

Un evento E de que caiga 4 o 5 tiene la probabilidad de E es $P(E)=2/6$ o bien $1/3$.
La probabilidad de no obtener dichos números, (es decir, la probabilidad de obtener $1,2,3$ o bien,

$$6) \text{ es } P(\text{no}E) = 1 - P(E) = 1 - \tfrac{1}{3} = \tfrac{2}{3}\,.$$

Obsérvese que la probabilidad de un evento es un número entre 0 y 1. Si el evento no puede ocurrir, sus probabilidad es 0. En cambio, si se trata de un evento es seguro que ocurra, porque su probabilidad es 1. Si p es la probabilidad de que ocurra un evento, las posibilidades u oportunidades a favor de su ocurrencia son $p : q$ (que se lee *"p a q"*); las posibilidades en contra de que ocurra son $q{:}p$. Por lo tanto, las posibilidades en contra de que en un solo lanzamiento caiga un 4 o un 5 son:

$q : p = \frac{2}{3} : \frac{1}{3} = 2 : 1$ (es decir, 2 a 1).

Al inicio de la progresión preguntamos acerca de las casas de apuestas deportivas en línea, y de la manera en cómo han proliferado, además de saber cuál es la probabilidad de ganar en este tipo de casas de apuestas.

Ahora podemos dar la respuesta:

La emoción no entiende de lógica, pero las apuestas sí entienden de cálculo de probabilidades y eso es lo que ellos hacen para nunca perder y siempre ganar, además de las cuotas o probabilidades asignadas a cada evento deportivo, siempre le dan menor cuota al que tiene más probabilidades de ganar.

Ejemplo.
En un encuentro de futbol soccer, si se enfrenta el primer lugar de la tabla general contra el último, le darán una cuota más alta a este último, pero aparte de eso, la casa de apuestas te cobra una comisión que puede variar desde el 4% hasta 10% por jugar en su aplicación, es decir, te pagan menos de la cuota asignada porque ya te incluye el cobro de comisión.

¿Como se calcula la probabilidad, cuota o momio de cada evento deportivo?

Se calcula a través de la inversa de la probabilidad asignada en la cuota.

Ejemplo.
Si la cuota tiene 1.72 entonces la probabilidad seria:

$$Cuota = \frac{1}{probabilidad}$$

$$Cuota = \frac{1}{1.72} = 0.58$$

Y al multiplicarlo por 100% se obtiene la probabilidad en porcentaje:

$$\mathbf{0.58 \times 100\% = 58\%}$$

Pero las cuotas varían conforme avanza el partido y las apuestas realizadas durante el juego. Se crea un bote y se van ajustando las cuotas, pero el bote recauda de manera general por cada apuesta, y aparte se está generando un bote por apuesta, para al final repartir el dinero en caso de que gane uno de los resultados, es decir, se ajusta con base en los resultados y no al cálculo de la estimación inicial de la probabilidad; por eso la casa de apuestas ajusta las cuotas para poder pagar y nunca perder dinero.

¿Por qué las casas de apuestas cobran una comisión cuando ganes, pierdas o empates?
¿Qué es el *overround*?

Ellos meten una comisión a cada cuota, es decir, te cobran la comisión y te pagan menos de la probabilidad y esto se obtiene porque siempre hay un excedente del 100%, es decir, la suma de las cuotas debería de dar 100%, pero esto no pasa en estos casos. A este excedente se le llama overround.

¿Cuál es la fórmula para saber cuánto te están pagando cuando ganas al apostar a una cuota?

$$EM=P(E)\cdot B-P(no\ E)\cdot P$$

Donde:
p = Probabilidad de ganar (P(E))
q = Probabilidad de perder (P(no E))
B = Ganancia neta si ganas

Es decir, que tu probabilidad a la larga siempre será perdedora y nunca ganadora, es decir, entre más apuestas pierdes, aun cuando ganes algunas veces, por eso, la casa de apuestas nunca pierde.

A continuación, mostramos la solución de los problemas planteados al inicio de esta progresión.

Ejemplos:

1. ¿Cuál es la probabilidad de ganar en la ruleta francesa?

Solución:

El juego de la ruleta francesa tiene 37 números, del 0 al 36. Por eso, la probabilidad de que salga tu número es $P(E)=1/37$, y de que salga cualquier otro es $P(no\ E)=36/37$. Suponiendo que los casinos pagan las apuestas a un solo número a razón de B=35 pesos por peso apostado.

Imagina que apuestas un peso (P) a tu número favorito, tu esperanza matemática o probabilidad se calcularía multiplicando los 35 pesos que puedes obtener por $1/37$, pero habrá que añadir el peso que puedes perder multiplicado por 36/37. De ahí que tu probabilidad sea:

$$EM = 35\left(\frac{1}{37}\right) - 1\left(\frac{36}{37}\right) \approx -0.027$$

Esto significa, que si juegas infinitas veces a la ruleta cada vez perderás 2,7 céntimos por cada peso, aproximadamente.

¿SABÍAS QUÉ...?

La ruleta y su sumatoria: la ruleta es un juego emblemático en los casinos, pero ¿sabías que, si sumas todos los números en la ruleta, desde el 1 hasta el 36, obtienes un total de 666? Esto ha llevado a algunos a llamar a la ruleta el "Juego del Diablo" debido a que el número 666 en la cultura popular se asocia con lo maligno.

2. ¿Cuál es la probabilidad de ganar en un momio de un partido de fútbol soccer?, suponiendo que el momio o cuota es el siguiente:

Equipo 1 (primer lugar en la tabla general)	Empate	Equipo 2 (último lugar de la tabla general)
2.00	3.50	3.90

Para calcular la probabilidad se calcula el inverso de cada cantidad, es decir:

$$\frac{1}{2.00} = 0.500$$
$$\frac{1}{3.50} = 0.286$$
$$\frac{1}{3.90} = 0.256$$

Se suman estas cantidades y se multiplica por 100

$$(0.500 + 0.286 + 0.256) = 1.042$$

$$1.042 \times 100\ \% = 104.2\ \%$$

Este resultado se llama overround, que significa excedente o ventaja, así la casa siempre tiene un respaldo para no perder, porque en teoría la suma debería de resultar 100% y hay un excedente de 4.2%.

3. ¿Cómo calcularías la comisión que te cobrarían por apostar y ganar en este juego?

Hay numerosas maneras para calcular las comisiones de cuotas específicas.
Una forma muy común es la siguiente:

$$\left(1 - \left(\frac{1}{1.042}\right)\right) \times 100 = 4.03$$

Así que las cuotas de este partido producen unas comisiones del 4%.

En conclusión, si no sabes sobre probabilidad, lo más seguro es que pierdas cada vez que apuestes, porque estas casas están asesoradas por matemáticos, y tienen simulaciones para calcular la probabilidad de éxito o fracaso en cada evento deportivo por lo que ellos deciden como ir modificando las cuotas una vez que comienza el evento, los cuales siempre llevan ventaja sobre el apostador o cliente y entonces, la casa nunca pierde, aun cuando siempre hay algunos ganadores.

Definición de frecuencia relativa

La definición clásica de probabilidad tiene la desventaja de que la expresión "igualmente posible" es vaga. Como esta expresión parece ser sinónimo de "igualmente probable", la definición es cíclica, ya que se define probabilidad en términos de su propia probabilidad. Debido a esto, algunas personas han abogado por una definición estadística de probabilidad. De acuerdo con esto, se considera que la probabilidad estimada o empírica de un evento es la frecuencia relativa de ocurrencia del evento cuando la cantidad de observaciones es muy grande. La probabilidad es el límite de esta frecuencia relativa a medida que la cantidad de observaciones aumenta de manera indefinida.

Ejemplo.

Si en *1 000* lanzamientos de una moneda se obtienen *429* soles, la frecuencia relativa con la que se obtienen soles es *429/1 000 = 0.429*. Si en otros 1 000 lanzamientos se obtienen *593* soles, la frecuencia relativa en los 2 000 lanzamientos es *(429 + 593)/2 000 = 0. 511*.

De acuerdo con la estadística, cada vez se estaría más cerca de un número que representa la probabilidad de que caiga sol en un lanzamiento de una sola moneda. Según los resultados presentados, este número sería 0.5 a una cifra significativa.
Para obtener más cifras significativas se necesitan más observaciones. La definición estadística, aunque útil en la práctica, tiene dificultades desde el punto de vista matemático, ya que quizá no exista un verdadero número límite. Debido a esto, la teoría de probabilidad moderna ha sido desarrollada en forma axiomática.

Probabilidad condicional; eventos independientes y dependientes

Si E_1 y E_2 son dos eventos, la probabilidad de que ocurra E_2, dado que E_1 ha ocurrido, se denota $P(E_2|E_1)$ o $P(E_2 \text{ dado } E_1)$ y se conoce como la probabilidad condicional de E_2 dado que E_1 ha ocurrido.

Por ejemplo, se realiza un estudio sobre las actividades extracurriculares de los estudiantes. Consideremos los siguientes eventos:

E1: Un estudiante participa en el club de ciencias.
E2: El mismo estudiante obtiene una calificación sobresaliente en matemáticas.

Supongamos que se ha encontrado que:

- La probabilidad de que un estudiante participe en el club de ciencias es $P(E1) = 0.40$.
- La probabilidad de que un estudiante obtenga una calificación sobresaliente en matemáticas es $P(E2) = 0.50$.
- La probabilidad de que un estudiante obtenga una calificación sobresaliente en matemáticas, dado que participa en el club de ciencias, es $P(E2|E1)=0.70$

Esto significa que la probabilidad condicional $P(E2|E1)=0.70$ significa que, entre los estudiantes que participan en el club de ciencias, el 70% de ellos obtiene una calificación sobresaliente en matemáticas.

Esto sugiere que la participación en el club de ciencias podría estar relacionada positivamente con el rendimiento en matemáticas.

Si la ocurrencia o no ocurrencia de E_1 no afecta la probabilidad de ocurrencia de E_2, entonces, $P(E_2|E_1) = P(E_2)$ es decir, E_1 y E_2 son eventos independientes, de lo contrario, son eventos dependientes.

Si se denota con E_1E_2 el evento de que "tanto E_1 como E_2 ocurran", evento al que suele llamarse evento compuesto, entonces, $P(E_1E_2) = P(E_1)P(E_2|E_1)$.

En particular, $P(E_1E_2) = P(E_1)P(E_2)$ para eventos independientes.

Para tres eventos E_1, E_2 y E_3, tenemos
$P(E_1E_2E_3) = P(E_1)P(E_2|E_1)\ P(E_3|E_1E_2)$

Es decir, la probabilidad de que ocurra E_1, E_2 y E_3 es igual a (la probabilidad de E_1) × (la probabilidad de E_2 dado que E_1 ha ocurrido) × (la probabilidad de E_3 dado que E_1 y E_2 han ocurrido). En particular, $P(E_1E_2E_3) = P(E_1)P(E_2)P(E_3)$ para eventos independientes

Ejemplo

Sean E_1 y E_2 los eventos "cae sol en el quinto lanzamiento" y "cae sol en el sexto lanzamiento" de una moneda, respectivamente.

Solución:

Entonces, E_1 y E_2 son eventos independientes, por lo tanto, la probabilidad de que salga sol tanto en el quinto como en el sexto lanzamientos es (suponiendo que sea una moneda legal) :

$$\boldsymbol{P(E_1E_2) = P(E1)P(E2) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}}$$

Ejemplos:

1. Si la probabilidad de que A esté vivo en 20 años es 0.7 y la probabilidad de que B esté vivo en 20 años es 0.5.

Solución:
Entonces, la probabilidad de que ambos estén vivos en 20 años es (0.7)(0.5) = 0.35

2. Supóngase que una caja contiene tres pelotas blancas y dos negras. Sea E_1 el evento donde "la primera pelota que se saca es negra" y E_2 el evento "la segunda que también es negra", donde las pelotas no se vuelvan a colocar en la caja una vez sacadas. Aquí E_1 y E_2 son eventos dependientes.

Solución:

La probabilidad de que la primera pelota extraida sea negra es:

La probabilidad de que la segunda pelota sea negra, dado que la primera pelota fue negra, es:

$$P(E_2|E_1) = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que las dos pelotas que se extraigan sean negras es

$$P(E_1E_2) = P(E_1)P(E_2E_1) = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Eventos mutuamente excluyentes

Se dice que dos o más eventos son mutuamente excluyentes si no pueden ocurrir al mismo tiempo, es decir, si la ocurrencia de uno impide la del otro.

Entonces, si E_1 y E_2 son eventos mutuamente excluyentes, $P(E_1 E_2)=0$.

Si $E_1 + E_2$ denotan el evento "ocurre E_1 o E_2 o ambos", entonces:

$P(E_1 + E_2)= P(E_1)+P(E_2)- P(E_1 E_2)$

En particular,

$P(E_1 + E_2) = P(E_1)+P(E_2)$ si los eventos son mutuamente excluyentes

Por extensión se tiene que si $E_1, E_2, \ldots, En$ son n eventos mutuamente excluyentes que tienen probabilidades $p_1, p_2, \ldots, pn$, entonces, la probabilidad de que ocurran E_1 o E_2 o ...E_n es $p_1 + p_2 + \ldots + pn$.

Esta fórmula $P(E_1 + E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 E_2)$ puede generalizarse a tres o más eventos mutuamente excluyentes.

Ejemplos.

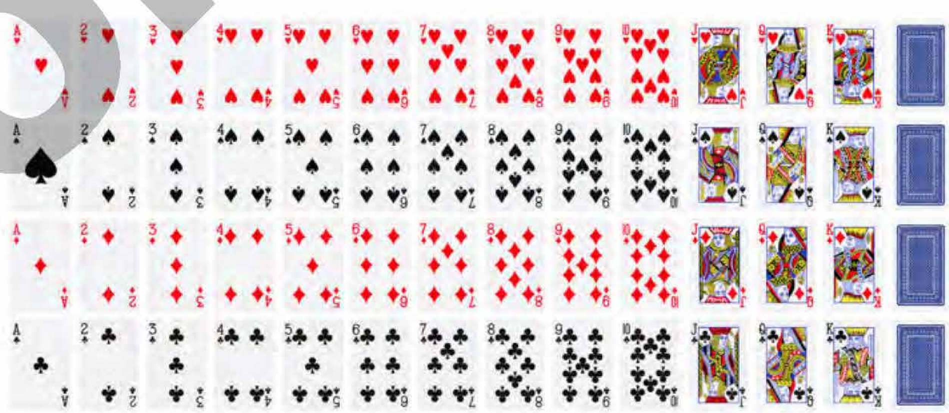
1. Si E_1 es el evento "de una baraja se extrae un as" y E_2 es el evento "de una baraja se extrae un rey", entonces, una baraja contiene 52 cartas, numeradas del 1 al 12 y con cuatro palos o símbolos, los cuales son: Tréboles, Diamantes, Corazones y Picas; también sabemos que hay 4 ases y 4 reyes, entonces la probabilidad es:

$$P(E_1) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \; y \; P(E_2) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

y la probabilidad de en una sola extracción se extrae un as o un rey es:

$$P(E_1 + E_2) = P(E_1) + P(E_2) = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13}$$

Como en una sola extracción o se saca un as o un rey, son mutuamente excluyentes. Como en la siguiente imagen.



2. Si E_1 es el evento "extraer un as" y E_2 es el evento "extraer un trébol" de una baraja, E_1 y E_2 no son mutuamente excluyentes, pues se puede extraer el as de trébol. Sabemos que hay 4 ases y 13 tréboles. Por lo tanto, la probabilidad de extraer un as o un trébol o ambos es:

$$P(E_1 + E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 E_2\} = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

Obsérvese que el evento "E_1 y E_2", que consta de los resultados en los que se den los dos eventos, es el as de trébol.

Actividad de aprendizaje

ELABORAR

E. Trabajo independiente: resuelve los siguientes ejercicios.

1. Cuando se lanza un dado, éste puede caer de seis maneras distintas, 1, 2, 3, 4, 5, o 6

Solución:

2. ¿Cuál es la probabilidad de ganar en un partido de fútbol soccer?, calcula el overround y la comisión que te estarían cobrando por apostar, suponiendo que el momio o cuota es el siguiente:

Local	Empate	Visitante
5.75	4.50	1.50

Solución:

3. Si en 1 000 lanzamientos de una moneda se obtienen 527 soles; si en otros 1 000 lanzamientos se obtienen 395 soles, calcula la frecuencia relativa de cada evento. ¿Cuál es la frecuencia relativa en los 2 000 lanzamientos?

Solución:

4. Sean E_1 y E_2 los eventos "cae sol en el séptimo lanzamiento" y "cae sol en el octavo lanzamiento" de una moneda, respectivamente. Calcula la probabilidad de sol tanto en el séptimo como en el octavo lanzamiento. ¿Qué tipo de eventos son?

Solución:

5. Si la probabilidad de que **A** esté vivo en 25 años es 0.8 y la probabilidad de que **B** esté vivo en 25 años es 0.6. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos estén vivos en 25 años?

Solución:

6. Una caja contiene 4 pelotas blancas y 3 negras. Sea E_1 el evento "la primera pelota que se saca es blanca" y E_2 el evento "la segunda pelota que se saca es blanca", donde éstas no se vuelvan a colocar en la caja una vez sacadas. ¿Cuál es la probabilidad de que se extraiga una pelota blanca? ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda pelota que se extraiga sea blanca? Dado que la primera pelota que se extrajo fue blanca, ¿E_1 y E_2 qué tipo de eventos son?

Solución:

7. Si E_1 es el evento "de una baraja se extrae una reina" y E_2 es el evento "de una baraja se extrae una sota", entonces, ¿cuál es la probabilidad de los dos eventos E_1 y E_2? ¿Cuál es la probabilidad de que en una sola extracción salga una reina o una jota? ¿Qué tipo de eventos son?

Solución:

8. Si E_1 es el evento "extraer un rey" y E_2 es el evento "extraer un diamante" de una baraja, ¿cuál es la probabilidad de extraer un as o un trébol o ambos? ¿Qué tipo de evento es E_1 y E_2?

Solución:

EVALUAR

META
(CIERRE)

Tabla de niveles de desempeño del estudiante

Nivel de desempeño	Valoración de los criterios	Referencia numérica
A Destacado	Cinco criterios demostrados	**10**
B Satisfactorio	Cuatro criterios demostrados	**9**
C Suficiente	Tres criterios demostrados	**8**
	Dos criterios demostrados	**7**
D Requiere apoyo	Un criterio demostrado	**6**

Lista de cotejo para los ejercicios y problemas realizados

Propósito de la progresión:

Identifica la equiprobabilidad como una hipótesis que, en caso de que se pueda asumir, facilita el estudio de la probabilidad y observa que cuando se incrementa el número de repeticiones de una simulación, la frecuencia del evento estudiado tiende a su probabilidad teórica.

Objetivo:

Los estudiantes resuelven problemas de probabilidad, número de repeticiones y la frecuencia de un evento en cada ejercicio.

Criterios de evaluación	Sí	No
a) Los estudiantes comprenden el tema de probabilidad, número de repeticiones, la frecuencia de un evento y aplican los conocimientos adquiridos al resolver los ejercicios planteados.	☐	☐
b) Los estudiantes son capaces de aplicar probabilidad, número de repeticiones, la frecuencia de un evento, para resolver los ejercicios que se les pide.	☐	☐
c) Los estudiantes resuelven los problemas de probabilidad, número de repeticiones, la frecuencia de un evento, en colaboración con sus compañeros y sin ayuda del profesor.	☐	☐
d) Los estudiantes trabajan en equipo para realizar correctamente el trabajo que se les pide.	☐	☐
e) Los estudiantes llegan al resultado correcto.	☐	☐