SERIE MESTIZOS

Pensamiento Matemático II

Introducción al álgebra

Josué Espinoza Rangel
David Gómez-Navas Lozano

DELTA® LEARNING

Propósitos Formativos

Pensamiento Matemático II

Introducción al álgebra

Primera edición 2026
ISBN: 978-968-9719-26-7

José Ma. Morelos No.18, Col. Pilares, C.P. 52179, Metepec, Edo. de México
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana
Registro número: 4041
Contacto: 800 450 7676
Correo: contacto@deltalearning.com.mx

deltalearning.com.mx

Dirección editorial: Delta Learning®

Editor en jefe: Zito Octavio Alejandre Rosas

Autores: Josué Espinoza Rangel y David Gómez Navas Lozano

Correctora: Alejandra Garduño Juárez

Diseño: Gabriel de la Rosa y el equipo de Argonauta Comunicación

Portada: Rolando Antonio Vargas Zúñiga

Imágenes: Freepik y Adobe Stock

Producción: Lizbeth López Reyes

Impreso en México

PRESENTACIÓN

El presente libro de ***Pensamiento Matemático II*** está diseñado para desarrollar habilidades y destrezas del pensamiento matemático en estudiantes de educación media superior, conforme al Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). En este enfoque, el pensamiento matemático se concibe como un recurso sociocognitivo que permite observar la realidad, intuir respuestas y argumentar procedimientos de manera estructurada. Así, se busca que las matemáticas no sean vistas como un conjunto de operaciones o ecuaciones mecánicas y descontextualizadas, sino sobre todo como una herramienta para comprender y transformar el entorno, introduciendo al estudiante en el fascinante mundo del álgebra.

El propósito formativo 1 se enfoca en representar operaciones matemáticas utilizadas en situaciones de interés mediante letras y símbolos, para comprender el lenguaje algebraico. Se abordan conceptos fundamentales como la definición de operaciones básicas (suma, producto, razón cociente, diferencia y residuo), el uso de símbolos y letras en el álgebra, el concepto de incógnita, términos y expresiones algebraicas, así como la representación de expresiones de lenguaje común a expresiones algebraicas. Este capítulo sienta las bases para la comunicación matemática utilizando un lenguaje simbólico.

El propósito formativo 2 se centra en la clasificación de las expresiones algebraicas para construir e identificar monomios, binomios, trinomios y polinomios. Se estudian los componentes de un monomio (coeficiente, variables, exponente positivo y grado) y se explora la representación de situaciones reales utilizando monomios y polinomios, permitiendo al estudiante reconocer y trabajar con diferentes tipos de expresiones algebraicas fundamentales en el álgebra.

En el propósito formativo 3 se aplican la aritmética y el manejo del álgebra para realizar operaciones con monomios y binomios, referentes a situaciones de interés. Se abordan operaciones como suma, resta, multiplicación y división con monomios, aplicación de reglas de exponentes y signos, operaciones con fracciones, factorización de monomios y trabajo con binomios y trinomios simples, desarrollando habilidades para manipular estas expresiones algebraicas básicas.

En el propósito formativo 4 se profundiza en la aplicación de la aritmética y el álgebra para realizar operaciones con trinomios y polinomios. Se estudian suma, resta, multiplicación y división con polinomios, aplicación de reglas de exponentes y signos, operaciones con fracciones, productos notables, factorización de polinomios y trinomio cuadrado perfecto, ampliando las herramientas algebraicas del estudiante para manejar expresiones más complejas.

El propósito formativo 5 se enfoca en aplicar el álgebra en situaciones de interés para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana. Se presentan aplicaciones prácticas como el cálculo de un presupuesto personal, ajuste de proporciones en recetas y hallar precios finales aplicando porcentajes y ecuaciones en compras con descuento, mostrando la utilidad del álgebra en contextos reales.

Finalmente, el propósito formativo 6 introduce el concepto de ecuación a partir de igualdades matemáticas para encontrar el valor de una incógnita utilizando situaciones de interés. Se estudian el concepto de igualdad e identidad algebraica, relación de igualdad entre números reales y propiedades de igualdad (reflexiva, simétrica, transitiva, uniformidad).

LA NUEVA ESCUELA MEXICANA

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) tiene como principio fundamental que la educación sea entendida como algo para toda la vida, fundamentado en el concepto de *aprender a aprender*, con actualización continua, adaptación a los cambios y aprendizaje permanente, todo esto con el compromiso de brindar calidad en la enseñanza.

En la **Editorial Delta Learning** tenemos como misión crear materiales educativos de calidad, que cumplan los fundamentos del modelo educativo vigente de la Educación Media Superior, adoptando a la NEM como un eje rector en el diseño de nuestros libros, con el objetivo de promover aprendizajes de excelencia, inclusivos, pluriculturales, colaborativos y equitativos durante la formación de los bachilleres.

Haciendo suyo el reto, **Editorial Delta Learning** desarrolla los contenidos de cada uno de sus ejemplares con los Principios que fundamentan la NEM que se enlistan a continuación:

Fomento de la identidad con México. El amor a la patria, el aprecio por su cultura, el conocimiento de su historia y el compromiso con los valores plasmados en la Constitución Política.

Responsabilidad ciudadana. El aceptar los derechos y deberes personales y comunes, respetar valores cívicos como la honestidad, el respeto, la justicia, la solidaridad, la reciprocidad, la lealtad, la libertad, la equidad y la gratitud.

Honestidad. Es un compromiso fundamental para cumplir con la responsabilidad social, lo que permite que la sociedad se desarrolle con base en la confianza y en el sustento de la verdad de todas las acciones para permitir una sana relación entre los ciudadanos.

Participación en la transformación de la sociedad. El sentido social de la educación implica construir relaciones cercanas, solidarias y fraternas que superen la indiferencia y la apatía para lograr la transformación de la sociedad en conjunto.

Respeto de la dignidad humana. El desarrollo integral del individuo promueve el ejercicio pleno y responsable de sus capacidades, el respeto a la dignidad y a los derechos humanos de las personas es una manera de demostrarlo.

Promoción de la interculturalidad. La comprensión y el aprecio por la diversidad cultural y lingüística, por el diálogo e intercambio intercultural sobre una base de equidad y respeto mutuo.

Promoción de la cultura de paz. La construcción de un diálogo constructivo, solidario y en búsqueda de acuerdos, permiten una solución no violenta a los conflictos y la convivencia en un marco de respeto a las diferencias.

Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente. El desarrollo de una conciencia ambiental sólida que favorezca la protección y conservación del medio ambiente, propiciando el desarrollo sostenible y reduciendo los efectos del cambio climático.

ESTRUCTURA DEL LIBRO

El presente libro se encuentra estructurado en tres parciales a través de los cuales se desarrollan los propósitos formativos.

Al inicio de cada propósito formativo encontrarás este indicador con el número que le corresponda:

PF 1

A su vez, cada propósito se encuentra dividido en

APERTURA DESARROLLO CIERRE

Encontrarás las siguientes secciones:

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Esta se realiza al inicio del libro y tiene la finalidad de recuperar los conocimientos y habilidades necesarias para abordar los contenidos específicos de cada uno de las propósitos formativos.

EVALUACIÓN DEL PARCIAL

Esta se realiza al final de cada parcial y tiene la finalidad de reafirmar los conocimientos y habilidades adquiridos a lo largo del mismo.

SABERES PREVIOS

Es la sección donde se recuperar los conocimientos, conceptos y experiencias que los estudiantes poseen sobre el propósito formativo.

ACTIVIDAD TRANSVERSAL

Actividades orientadas a facilitar el proceso de vinculación de los conocimientos y habilidades de los recursos sociocognitivos con las distintas áreas de conocimiento.

REALIDAD AUMENTADA

Siempre es importante que todos los sentidos estén inmersos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, las actividades de realidad aumentada dan una visión gráfica y vívida de los aprendizajes que se desean desarrollar en el libro.

MOMENTO STEAM

Actividad donde convergen el conocimiento empírico, la ciencia, la tecnología, la ingeniería, el arte y las matemáticas.

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN DEL PROPÓSITO FORMATIVO

Es el elemento que regula los procesos de aprendizaje con la finalidad de obtener información para la toma de decisiones

ACTIVIDAD INTERACTIVA

Actividades que asocian la tecnología con los conocimientos desarrollados en los temas, sólo se escanea el código QR y listo, se pueden reforzar los conocimientos y habilidades.

ACTIVIDAD SOCIOEMOCIONAL

El currículum ampliado no puede faltar dentro del contenido del texto, por ello, se incluyen actividades destinadas a desarrollar habilidades planteadas por los recursos socioemocionales de la NME.

Adicionalmente, podrás encontrar las siguientes secciones que te permitirán ampliar y afirmar los aprendizajes obtenidos en el curso.

REFERENCIAS

HABILIDAD LECTORA

GLOSARIO

Actividades de aprendizaje: En las cuales pondrás a prueba los conocimientos y habilidades desarrollados en cada uno de los temas. Las actividades estarán vinculadas a alguno de los principios de la **Nueva Escuela Mexicana (NEM)** por ser este un programa de estudios orientado a recuperar el sentido de pertenencia a los valores que te identifican con nuestro país.

En cada actividad de aprendizaje encontrarás un tablero en el cual se encuentran los **ocho principios de la NEM** colocados en bloques de color. Para identificar el principio correspondiente a cada actividad verás su respectivo bloque en color encendido y el resto de los bloques en un tono opaco, tal como se muestra en el ejemplo contiguo. En este caso el principio al que corresponde la actividad es el de *Interculturalidad*.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 1

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad

Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana

Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz

Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

El número de actividad se encuentra en la parte superior del tablero .

Cuando visualices el siguiente ícono en alguno de los propósitos formativos, escanea el código QR que aparezca junto a él y tendrás acceso a una actividad perteneciente al **Programa Aula Escuela Comunidad.**

PROYECTO ESCOLAR COMUNITARIO

PROPÓSITOS FORMATIVOS

- Representa operaciones aritméticas utilizadas en situaciones de interés, mediante letras y símbolos, para comprender el lenguaje algebraico.
  - Definición de: suma, producto, razón, cociente, diferencia y residuo.
  - Símbolos y letras utilizados en el lenguaje algebraico.
  - Concepto de incógnita.
  - Términos y expresiones algebraicas.
  - Representación de expresiones de lenguaje común a expresiones algebraicas.
- Comprende la clasificación de las expresiones algebraicas para construir e identificar monomios, binomios, trinomios y polinomios.
  - Clasificación de expresiones algebraicas (monomio, binomio, trinomio y polinomio).
  - Componentes de un monomio: coeficiente, variable, exponente positivo y grado.
  - Representación de situaciones reales con monomios y polinomios.
- Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para realizar operaciones con monomios y binomios, referentes a situaciones de interés, a partir del análisis de sus componentes.
  - Suma, resta, multiplicación y división con monomios.
  - Aplicación de las reglas de los exponentes y los signos.
  - Aplicación de operaciones con fracciones.
  - Factorización de monomios.
  - Binomio y trinomio simple.
- Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para realizar operaciones con trinomios y polinomios, referentes a situaciones de interés, a partir del análisis de sus componentes.
  - Suma, resta, multiplicación y división con polinomios.
  - Aplicación de las reglas de los exponentes y los signos.
  - Aplicación de operaciones con fracciones.
  - Productos notables.
  - Factorización de polinomios.
  - Trinomio cuadrado perfecto.
- Aplica el álgebra en situaciones de interés para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.
  - Cálculo de un presupuesto personal (ingresos, gastos, ahorros, etcétera.
  - Ajuste de proporciones en recetas según número de personas.
  - Hallar precios finales aplicando porcentajes y ecuaciones en compras con descuento.
- Comprende el concepto de ecuación a partir de las igualdades matemáticas para encontrar el valor de una incógnita utilizando situaciones de interés.
  - Concepto de igualdad e identidad algebraica.
  - Relaciones de igualdad entre números reales.
  - Propiedades de igualdad: reflexiva, simétrica, transitiva, uniformidad.

DELTA
LEARNING

ÍNDICE

PARCIAL 1

Perfil de egreso:

1. Desarrolla una actitud reflexiva que le permite conocer, problematizar y argumentar sobre las situaciones que afectan su ámbito comunitario, regional y global, a partir del diálogo y desde una perspectiva humanista y científica.
2. Reconoce su condición histórica y social para intervenir en la conformación y transformación de las estructuras políticas que organizan la sociedad que habita.
3. Se involucra en la búsqueda del bienestar humano y del cuidado del medio ambiente a partir de la comprensión ética de las ciencias, humanidades y tecnologías en tanto construcciones colectivas que buscan explicar los fenómenos de su entorno.
4. Conoce, defiende y ejerce su derecho como persona ciudadana a participar en la construcción y el desarrollo de alternativas que promuevan la justicia social, desde una perspectiva intercultural, de derechos humanos e igualdad de género.
5. Ejerce su ciudadanía digital a través de un posicionamiento ético sobre la pertinencia del desarrollo, distribución y uso de las tecnologías digitales.
6. Cuida su salud de forma integral a partir de la alimentación sana, la práctica de actividad física y la construcción de vínculos intersubjetivos responsables basados en el respeto a la diferencia, la dignidad, la igualdad sustantiva y los derechos humanos.
7. Utiliza herramientas orales y escritas para la expresión clara y coherente de sus ideas y emociones.
8. Hace uso de las teorías, metodologías y pensamiento algorítmico de las diversas áreas del conocimiento para entender, intervenir y resolver problemas de su cotidianeidad.
9. Reconoce, aprecia y aprehende el valor estético del patrimonio cultural, así como de las diferentes manifestaciones artísticas de su contexto.

Meta de aprendizaje:

- Entiende al lenguaje algebraico como un medio de representación de situaciones cotidianas y escolares para estimular el pensamiento abstracto.

Propósitos formativos:

1. Representa operaciones aritméticas utilizadas en situaciones de interés, mediante letras y símbolos, para comprender el lenguaje algebraico.
2. Comprende la clasificación de las expresiones algebraicas para construir e identificar monomios, binomios, trinomios y polinomios.

PRESENTACIÓN DEL PRIMER PARCIAL

En este primer parcial podremos analizar los conceptos fundamentales de álgebra, comenzaremos explorando las definiciones de las operaciones aritméticas básicas, como la suma, resta, multiplicación y división, y cómo se aplican en situaciones cotidianas. Aprenderemos a utilizar símbolos y letras en matemáticas para representar valores desconocidos o variables, y cómo traducir lenguaje común a lenguaje algebraico y viceversa.

Posteriormente, estudiaremos las expresiones algebraicas, incluyendo su definición, clasificación y analizaremos a los elementos que componen un monomio. Además, aplicaremos estos conocimientos para representar matemáticamente problemas relacionados con la economía, la medicina y la ingeniería, mediante la modelación algebraica de situaciones reales, utilizando expresiones y razonamiento algebraico.

PRIMER PARCIAL

- PF 1
  - Operaciones aritméticas
  - Símbolos y letras en matemáticas
  - La incógnita
  - Expresiones algebraicas
  - Lenguaje común al lenguaje algebraico
- PF 2
  - Tipos de expresiones
  - Elementos de un monomio
  - Modelación algebraica

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

¿Qué tanto sabes de los temas que vamos a estudiar a continuación? Vamos a averiguarlo.

1) ¿Qué es una incógnita en álgebra?
   a) Un número conocido.
   b) Un símbolo que representa un valor desconocido.
   c) Una operación aritmética.
   d) Un tipo de expresión algebraica.

2) ¿Cuál es el término algebraico que se compone de un coeficiente y una variable con exponente positivo?
   a) Monomio
   b) Binomio
   c) Trinomio
   d) Polinomio

3) ¿Cómo se representa la expresión "el doble de un número" en lenguaje algebraico?
   a) x+2
   b) 2x
   c) x−2
   d) x/2

4) ¿Cuál es la representación algebraica de la expresión "la suma de dos números"?
   a) x−y
   b) x+y
   c) x·y
   d) x÷y

5) ¿Cuál es la clasificación de la expresión algebraica 2x+3y−6 ?
   a) Monomio
   b) Binomio
   c) Trinomio
   d) Expresión aritmética

6) ¿Qué componente de un monomio indica el número de veces que se multiplica la variable?
   a) Coeficiente
   b) Variable
   c) Exponente
   d) Literal

7) ¿Cuál es el exponente de la variable en el monomio $2x^3$?
   a) 1
   b) 2
   c) 3
   d) 4

8) ¿Qué tipo de expresión algebraica se compone de varios términos, incluyendo monomios y binomios?
   a) Monomio
   b) Binomio
   c) Trinomio
   d) Polinomio

9) Determina el resultado de simplificar las expresiones dadas, ya sea sumando o restando monomios y polinomios según corresponda: $5x^2-7x+10-2x+3x^2-15=$

   a) $8x^2-9x-5$
   b) $8x^2-5x-5$
   c) $7x^2-9x-10$
   d) $8x^2-9x+5$

10) Sea la expresión $3x^2-7x+8-5x^2+2x-9=$ determina cual es el resultado de simplificarla.
   a) $2x^2-5x-1$
   b) $-2x^2-3x-2$
   c) $-1x^2-5x-1$
   d) $-2x^2-5x-1$

11) ¿Cuáles son los elementos que componen un monomio?
   a) Coeficiente y variable.
   b) Exponente y constante.
   c) Variable y exponente.
   d) Coeficiente, variable y exponente.

12) ¿Qué tipo de expresión algebraica es la siguiente: $17x+3$?
   a) Monomio
   b) Binomio
   c) Polinomio
   d) Expresión racional

13) ¿Cuál es el tipo de expresión algebraica que se compone de varios términos?
   a) Monomio
   b) Binomio
   c) Polinomio
   d) Expresión racional

14) ¿Qué es la modelación algebraica?
   a) Un método para resolver ecuaciones lineales.
   b) Una forma de representar situaciones reales mediante expresiones algebraicas.
   c) Un tipo de función matemática.
   d) Una técnica para factorizar monomios y polinomios.

PF 1

OPERACIONES ARITMÉTICAS

APERTURA

¿Te has preguntado qué es un lenguaje?, un lenguaje es un sistema de signos y símbolos que permite la comunicación entre las personas, ya sea mediante sonidos, gestos, imágenes o formas escritas.

Cada lenguaje natural (también llamado lengua) como el español o inglés se vale de símbolos para representar objetos, sucesos o hechos. Estos símbolos pueden ser de distintos tipos:

a) Verbales como en el caso de las palabras que hablamos o escribimos.
b) Visuales como son las imágenes, señales de tráfico, emojis o los gestos.
c) Táctiles, tal como el sistema Braille que es usado por personas con discapacidad visual.

El lenguaje natural se caracteriza por ser informal y polisémico, es decir, que a veces, un término puede tener diferentes significados, como en el caso de banco, que lo mismo puede referirse a un mueble para sentarse, a una institución bancaria, o a un gran conjunto de peces, lo cual hace que este lenguaje se preste a equivocaciones y malentendidos.

El lenguaje matemático se parece en algunos aspectos a los lenguajes naturales, porque también usa símbolos para expresar ideas. Sin embargo, a diferencia de una lengua como el español, busca comunicar ideas precisas y exactas. Sus términos son unívocos, es decir, que tienen un solo significado, y sus procedimientos están claramente definidos. Por eso, evita los conceptos vagos o con varios sentidos. Por lo mismo, cuando queramos expresar una idea relacionada con contar o medir es mejor hacerlo con ayuda del lenguaje matemático.

Definición
El lenguaje matemático es la combinación de símbolos numéricos, letras y signos de operaciones empleados en las formas de notación utilizadas en matemáticas. Tiene la particularidad de ser exacto y su sentido unívoco, es decir, que los términos matemáticos tienen un único sentido.

Expresiones del lenguaje natural en lenguaje matemático

En matemáticas se emplean símbolos acomodados en un orden específico, lo cual permite que una idea se pueda presentar de manera sintetizada empleando unos cuantos elementos. De no seguir estas reglas que indican un orden, no se comprendería lo que se quiere enunciar o la expresión matemática arrojaría un resultado diferente. Esto mismo sucede en todos los lenguajes, por ejemplo, si alguna persona estuviera aprendiendo a hablar en español y dijera: "En plato niño el cereal su come", con seguridad no le entenderías, pues para comprender una idea dentro de un lenguaje es necesario que siga ciertas reglas, a las cuales les damos el nombre de sintaxis.

Su función es ordenar y conectar las palabras o símbolos de un enunciado, para que tenga sentido y sea comprensible. Así que, siguiendo con el ejemplo, si tú le ayudaras a esa persona a expresar su idea de acuerdo con la sintaxis del español, entonces le enseñarías a organizar su idea pidiéndole que siguiera el siguiente orden: sujeto + verbo + complemento del predicado, de tal manera que quedaría: "El niño come su cereal en el plato". Así el enunciado tendría estructura, orden y coherencia, permitiendo la comunicación.

Las matemáticas también tienen una sintaxis, es decir, un conjunto de reglas que nos indican cómo se deben ordenar y conectar los símbolos matemáticos para que las expresiones matemáticas tengan sentido y sean correctas. De tal forma que no solo es necesario conocer el sentido de cada símbolo matemático, sino también la forma en la que se estructuran.

La sintaxis matemática
Las reglas del lenguaje matemático se distinguen de las del lenguaje común por lo siguiente:

1) Son reglas fijas y estrictas que no permiten la ambigüedad o el doble sentido. Por ejemplo, en la expresión $2\times(3+5)$ siempre se suman en primer lugar los números en el paréntesis y luego se multiplica el resultado por 2. Si alguien multiplicara 2×3 y luego sumara 5, estaría rompiendo el orden de operaciones y, por lo tanto, el resultado sería diferente.

2) En matemáticas, cada símbolo y la posición en que se encuentre tienen un significado único y preciso, por lo que no hay lugar a la interpretación personal. Por ejemplo, los símbolos Σ, ∫, ×, ÷, √ y ( ) tienen un claro sentido e indican un valor o una acción específica que debe realizarse. De tal modo que, si nos piden calcular el área de un círculo ($A=\pi\cdot r^2$) y solo tenemos la medida del radio, sabemos que con esa información y el valor de la constante π, podemos determinar la superficie del círculo de manera precisa.
3) Es universal. Una de las grandes ventajas del lenguaje matemático es su carácter universal, esto es, que significa lo mismo en Japón, Canadá, España, Costa de Marfil o México.
4) Es conciso. El lenguaje de las matemáticas permite expresar ideas complejas de manera corta y eficiente. Por ejemplo, el enunciado "el cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primer número más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo número" se simboliza como: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$.

Definición de suma, producto, razón cociente, diferencia y residuo

A continuación, repasaremos el uso que tienen dentro del lenguaje matemático los símbolos que indican las operaciones aritméticas básicas, como los de suma (+), resta (–), multiplicación (·) y división (÷ o /).

La suma se define como el resultado de combinar la cuantificación de diferentes valores u objetos para obtener un total. Por ejemplo, imagina que tienes un conjunto de manzanas dividido en grupos de 3, 5 y 2 manzanas, se les puede unir o sumar obteniendo un total de 10 manzanas. Esto se puede representar como: $3+5+2=10$.

La resta es la operación inversa de la suma. Nos sirve para encontrar la diferencia entre dos números o para saber cuánto es lo que queda después de quitar una parte de un conjunto. Imagina que tienes un total de objetos "x" y decides quitar "y" de ellos. La resta responde a la pregunta ¿cuánto queda o resta del total?

El signo de resta (–) es una línea horizontal que indica que estamos quitando un valor “y” de otro “x” obtendremos un valor de “z”: Esto lo escribiremos como: $x-y=z$, de esta forma también se cumple $y+z=x$. Veamos el siguiente ejemplo:

Si tienes 12 caramelos y restas 4, queda: $12-4=8$, es decir, hay 8 caramelos restantes, porque $8+4=12$.

La representación matemática de lo anterior se puede ver en los dos siguientes casos:

a) Suma: $x+y=z$, si $(x=2)$ y $(y=3)$, entonces $z=2+3=5$
b) Resta: $x-y=z$, si $(x=10)$ y $(y=4)$, entonces $z=10-4=6$, porque $6+4=10$

La multiplicación es definida como una operación de suma[1] repetida. Por ejemplo, $4\times5=5+5+5+5=20$ (o bien $=4+4+4+4+4$). Esta se simboliza comúnmente con un signo (×) que significa "tantas veces por" o con un punto ( ). Aunque en álgebra, se pueden emplear otras formas para omitir el signo de multiplicación, por ejemplo, cuando se utilizan dos paréntesis o se multiplican dos variables con algún número anexo.

Como se observa, la multiplicación de números enteros se compone como mínimo con dos factores o cifras. La primera cifra nos indica el número que se va a sumar repetidamente, mientras que la segunda cifra nos dice cuántas veces se suma el primer número. Por ejemplo, el producto de 2 y 4 se interpreta como 2 sumado 4 veces $(2+2+2+2)$, lo que equivale a 8, y se escribe como: $2\times4=8$.

Es importante recalcar que la multiplicación obedece a la propiedad conmutativa: $(a+ b)=(b+a)$ y la propiedad asociativa: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$, por ejemplo: $(5\times3)\times2=(5\times2)\times3$.

Por otro lado, la división es una operación matemática que consiste en repartir o determinar cuántas veces un número “b”, conocido como 'divisor', está contenido en otro número “a” llamado 'dividendo'. El resultado de esta operación se llama 'cociente', y se representa de forma general como a/b o $a \div b$. Por ejemplo, si el dividendo es 15 y el divisor es 3, entonces $15 \div 3 = 5$, lo que significa que el 3 cabe exactamente 5 veces en 15. Cuando el resultado no es un número entero, como en $7 \div 2 = 3.5$, interpretamos que 2 está contenido 3.5 veces en 7, es decir, tres veces completas y una mitad. De esta forma, los cocientes pueden expresarse como números enteros, fraccionarios o decimales, dependiendo del tipo de división que se realice.

SABERES PREVIOS

Para identificar los saberes previos sobre notaciones y símbolos matemáticos fundamentales, realizaremos la siguiente actividad.

Actividad: Jugando con símbolos matemáticos.

Objetivo. Que los estudiantes identifiquen, comprendan y apliquen correctamente los símbolos y notaciones matemáticas más comunes, fortaleciendo así su capacidad para leer, interpretar y expresar ideas dentro del lenguaje algebraico. Para ello se realizará una dinámica cooperativa en donde se hace uso de un memorama o match.

Te pedimos que realices las siguientes acciones:

1. Intégrense en equipos de 4 estudiantes.
2. Cada equipo recibirá una hoja con algunos símbolos matemáticos comunes (por ejemplo: √, ∑, ≤, π) junto con su uso y significado en una operación matemática.
3. Tendrán cinco minutos para leer el material y comentar en equipo lo que recuerdan de dichos símbolos, así como resolver entre ustedes las posibles dudas.
4. Cada equipo recibirá un conjunto de tarjetas tipo memorama, las cuales incluirán por separado los símbolos, sus definiciones y ejemplos del uso de cada uno.

1 La relación entre la suma y la multiplicación está dada por la propiedad distributiva: $a(b\times c) = ab+ ac$

5. Revolverán las fichas del memorama y las repartirán de manera pareja. Procederán a jugar memorama, tratando de emparejar el símbolo, su definición y un ejemplo de su uso. Ganará quien pueda emparejar un mayor número de signos matemáticos.
6. Al término de la dinámica, cada equipo compartirá con el grupo algo nuevo o curioso que haya aprendido.
7. Para concluir, realicen una evaluación conjunta de la actividad.

DESARROLLO

Símbolos y letras en matemáticas

Habitualmente, hacemos uso de las matemáticas en distintos aspectos de la vida diaria, la usamos en acciones de la vida cotidiana, tal como ir a la tienda de la esquina y revisar cuánto nos sobra de un billete de $200 pesos después de pagar la cuenta. Todo esto se traduce en operaciones aritméticas que son representadas mediante símbolos y letras en un lenguaje matemático.

El lenguaje matemático, en específico el lenguaje algebraico es como un idioma especial que nos permite expresar esas operaciones de una manera más corta y precisa. Los símbolos y las letras usadas en este lenguaje son herramientas indispensables para representar ideas, comparaciones y cantidades. Por ejemplo, el signo "%" significa obtener el porcentaje de un valor, la letra "x" puede representar cualquier valor, como puede ser, por ejemplo, el número de cuadernos que compramos, y el símbolo "=" nos dice que dos cantidades son iguales.

Primeramente, estudiaremos cómo en matemáticas empleamos las diferentes simbologías para representar operaciones y relaciones entre números y variables. Por ejemplo, en lugar de escribir la suma de las variables x' y' y', se escribe x+y, o en lugar de escribir 5 es "mayor que" 3, se escribirá 5>3.

Definición
El tipo de organización en donde el símbolo (+, -, <, ×, etc.) de la función se coloca entre los argumentos se llama notación infija y es la notación más común para la creación de fórmulas aritméticas y lógicas.

Mediante la comparación entre dos valores o incógnitas, la notación matemática infija proporciona estructura y orden al lenguaje matemático, por ejemplo, conforme el orden de la notación, para escribir una expresión literal se deberá colocar un operador entre los dos operandos sobre los que está actuando. En este caso, "x+y" está correctamente ordenado porque el símbolo (+) está entre "x" y "y". En cambio, la expresión literal "x y+" es incorrecta porque el operador "+" está mal colocado en relación con los operandos "x" y "y".

Ahora, estudiaremos los símbolos comparativos, los cuales, se emplean en las funciones relacionales, las cuales usan caracteres como el símbolo de igual a (=), es diferente de (≠), es menor que (<), es mayor que (>), es menor o igual a (≤), y es mayor o igual a (≥).

En Aritmética el símbolo igual (=) es empleado para establecer que dos cantidades son exactamente las mismas. Por ejemplo, si en la tiendita de la escuela compras un jugo que cuesta $15 pesos y pagas con una moneda de $10 y otra de $5, podemos escribirlo de la siguiente manera:

$10+5=15$, esto significa que el valor de las monedas con las que pagaste es igual al costo del jugo. Veamos otras aplicaciones:

Ejemplo. Si Alicia compra 2 cuadernos de $20 pesos cada uno, lo podríamos expresar como:
$2 \times 20 = 40$, esto indica que el costo total es igual a $40 pesos.

Ejemplo. Si un pollo rostizado cuesta $120 pesos y entre tres amigos ponen $40 cada uno, la relación entre el costo del pollo rostizado y el aporte realizado por cada uno de los amigos lo escribimos así: $40 + 40 + 40 = 120$.

Por otra parte, el signo igual en Álgebra se emplea con distintos usos, entre ellos:

1) Definir la regla de correspondencia entre variables.
2) Indicar que la expresión del lado izquierdo es equivalente a la del lado derecho.
3) Definir funciones y ecuaciones.

Ejemplo.

a) $f(x)=2x+3$: define una función lineal que nos dice cómo calcular el valor de $f(x)$ para cualquier valor de "x". Esta función nos dice que para calcular el valor de $f(x)$, debemos multiplicar "x" por 2 y luego sumarle 3.

b) $y=x^2+2x-1$: define a una ecuación cuadrática en donde se establece una relación entre las variables "x" e "y", donde "y" es el resultado de evaluar la expresión x^2+2x-1 para un valor determinado de "x". En otras palabras, al sustituir diferentes valores de "x" en la ecuación, encontraremos diferentes valores para "y", para posteriormente encontrar una relación con los valores correspondientes de "x".

Contrario al símbolo de igual, en Matemáticas el símbolo "diferente de o no es igual a (≠)", se utiliza para indicar que dos expresiones o cantidades no son iguales. En álgebra y lógica matemática este símbolo es fundamental para expresar desigualdades y diferencias entre valores o dos expresiones que se comparan y no tienen el mismo valor, por ejemplo.

a) $2+2\neq5$ (2+2 no es igual a 5)
b) $x \neq 0$ (x no es igual a 0)

En aritmética el uso del signo diferente (≠) nos dice que dos cantidades no son iguales. Por ejemplo, si un alumno tiene $50 pesos y su amigo $70 pesos al comparar el valor en pesos decimos que $50 \neq 70$, que se lee cincuenta es diferente de setenta.

Ejemplo. Si una manzana cuesta $12 pesos y una naranja $8 pesos al comparar el costo de estas frutas indicamos que $12 \neq 8$, que se lee doce es diferente de ocho.

¿Cómo indicamos que dos valores son aproximadamente iguales? Para eso usamos el símbolo (≈), que significa 'aproximadamente igual a'.

Emplearemos el símbolo '≈' cuando el resultado no es exacto, sino cercano a la cantidad real. Comúnmente en la vida diaria lo usamos cuando redondeamos precios o cantidades muy cercanas que están a unos cuantos decimales de ser iguales. Por ejemplo, si un boleto de autobús cuesta $49.80, podemos decir que su valor es aproximadamente $50. Expresándolo de forma matemática como: $49.80 \approx 50$.

Como segundo ejemplo, supongamos que la distancia entre tu casa y el trabajo es de 2.001 km. Podemos redondear esta distancia a 2 km, lo que se puede expresar como: $2.001 \text{ km} \approx 2 \text{ km}$. En este caso, estamos aproximando al valor inferior más cercano porque en la recta numérica, 2.001 está más cerca de 2 que de 3.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 1

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad | Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana | Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz | Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

Para consolidar tus conocimientos resuelve los siguientes problemas.

1. De manera individual, haciendo uso de la suma y de la multiplicación, escribe una oración numérica con el signo igual que muestre que 25 pesos en monedas de \$5 equivalen a un billete de \$25.

2. Un camión lleva 30 pasajeros. Si bajan 10 y quedan 20, escribe una expresión numérica con el signo igual que lo represente.

3. Escribe una oración numérica para mostrar que un billete de \$200 no es lo mismo que uno de \$100.

4. Representa con el símbolo (≠) que 7 libros no equivalen a 10 libros.

5. Redondea \$600.01 a la centena más cercana expresándolo con el símbolo "≈".

6. Un boleto para ver un concierto de una banda musical cuesta \$3,499 pesos. Escríbelo con el símbolo "≈" redondeando a \$3,500. Solución: \$3,499 ≈ \$3,500

Los siguientes símbolos comparativos que estudiaremos serán los de "mayor que (>) y menor que (<)", el símbolo mayor que (>) significa que una cantidad es más grande que otra. Para recordar este símbolo imagina que es como la boca de un cocodrilo que siempre quiere comerse al número más grande.

Por ejemplo, si Karla tiene \$150 pesos y Jimena \$100 pesos decimos que (150 > 100), ciento cincuenta pesos es mayor que cien pesos.

Ejemplo. Si un boleto de cine cuesta \$80 pesos y tú llevas \$120, decimos que:
120 > 80

El símbolo menor que (<) es empleado para indicar que una cantidad es más pequeña que otra. Veamos los siguientes ejemplos para observar cómo se emplea.

Ejemplo. Si un refresco cuesta $18 y una hamburguesa $40, establecemos que $18 < 40$.

Ejemplo. Si tienes $75 pesos, pero necesitas $100 para un videojuego, al realizar la comparación expresamos la desigualdad como: $75 < 100$ en donde el costo del videojuego es mayor a la cantidad que tienes.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 2

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad | Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana | Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz | Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

Pon a prueba tus habilidades resolviendo los problemas que se presentan a continuación.

1. Representa con “>” que $500 son más que $350.

2. Expresa con símbolos que 25 alumnos en un salón son más que 20 alumnos en otro.

3. Expresa con el símbolo “<” que 2 kilogramos de manzanas pesan menos que 3 kilogramos.

4. Representa con símbolos que $20 son menos que $50.

Como hemos observado a través de los distintos ejemplos, los símbolos comparativos también se pueden representar mediante el lenguaje algebraico, veamos a continuación en una tabla la simbología y el significado de las principales funciones relacionales.

Operador de comparación	Significado
$x = y$	'x' es igual a 'y'
$x \neq y$	'x^' es diferente de 'y'
$x < y$	'x' es menor que 'y'
$x > y$	'x' es mayor que 'y'
$x \leq y$	'x' es menor o igual que 'y'
$x \geq y$	'x' es mayor o igual que 'y'
$x \nless y$	'x' no es menor que 'y'
$x \ngtr y$	'x' no es mayor que 'y'
$x \Leftrightarrow y$	'x' es equivalente a 'y'

Símbolos operativos u operadores aritméticos

Los operadores aritméticos son símbolos matemáticos que se utilizan para realizar operaciones matemáticas básicas. Entre los operadores aritméticos más comunes están la suma (+), resta (-), multiplicación (×,·), división (÷,/), por ciento (%) y exponenciación (^).

Anteriormente ya estudiamos los símbolos de suma (+), resta (-), multiplicación (×,·) y división (÷,/), ahora comencemos analizando los símbolos operativos de por ciento (%) y exponenciación (^).

El símbolo % se lee como "por ciento" y significa "de cada 100". Usamos este símbolo para expresar partes iguales de un total. Comúnmente, hablamos de "porcentajes" cuando nos referimos a descuentos en artículos, intereses en préstamos o en encuestas para representar la tendencia que sigue una parte del total de la muestra.

Para representar un porcentaje, podemos hacerlo de diferentes maneras. Por ejemplo, podemos decir que 20% es lo mismo que decir 20 de cada 100 o expresarlo en forma de fracción como 20/100.

Ejemplo. El 25% de 200 se calcula así:

$25\% = 25/100$

$200 \times 25/100 = 50$, esto quiere decir que el 25% de 200 es 50.

Ejemplo. Calculamos el descuento si una chamarra cuesta \$800 y tiene un descuento del 15%:

$800 \times 15/100 = 120$

Por lo tanto, el precio final será: $800 - 120 = \$680$

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 3

Fomento de la identidad con México	Transformación de la sociedad
Responsabilidad ciudadana	Respeto de la dignidad humana
Honestidad / Interculturalidad	Cultura de paz
Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente	

Evalúa tu comprensión sobre la aplicación de los conceptos analizados resolviendo los siguientes problemas.

1. Calcula el 30 % de 450.

2. Un celular cuesta $6,000 y tiene un descuento del 10%. ¿Cuánto pagarás al final?

El símbolo (^) se usa para representar a una potencia, como una forma corta de escribir una multiplicación repetida del mismo número. Por ejemplo, 3^4 significa multiplicar 3 por sí mismo 4 veces: $3\times3\times3\times3=81$. Aquí, 3 es la base y 4 es el exponente. Esta notación es equivalente a otras formas de representar la exponenciación, como a^x, donde 'a' sería la base y 'x' el exponente.

Ejemplo. Representa de forma desarrollada a 2^5.

Solución. Esto significa que el número 2 se multiplica por sí mismo cinco veces, matemáticamente quedará expresado como: $2^5=2\times2\times2\times2\times2=32$.

Ejemplo. Representa de forma desarrollada a la potencia 10^3

Solución. Aquí la base igual a 10 se multiplica tres veces expresándose 10^3=10×10×10=1,000

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 4

Fomento de la identidad con México	Transformación de la sociedad
Responsabilidad ciudadana	Respeto de la dignidad humana
Honestidad / Interculturalidad	Cultura de paz
Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente	

Practica y refuerza tus conocimientos resolviendo los problemas propuestos.

1) Calcula el valor de 4^3.

2) Una célula se divide en 2 cada hora. Si al inicio hay una sola célula, ¿cuántas habrá después de 5 horas? (tipo: como pista puedes usar la potencia 2^5).

Símbolos lógicos

En matemáticas, los símbolos lógicos se utilizan para representar relaciones, operaciones y conclusiones entre proposiciones y conjuntos.

En álgebra, específicamente, estos símbolos se emplean para expresar relaciones entre los resultados que se van generando al resolver expresiones matemáticas. Entre los símbolos más comunes se encuentran el símbolo de "por lo tanto" (∴), "implica o entonces" (⇒) y "porque" (∵).

Estos símbolos permiten a los matemáticos y lógicos expresar ideas complejas de manera clara y concisa, lo que facilita la resolución de problemas y la demostración de teoremas.

El símbolo por lo tanto (∴) se utiliza para indicar una conclusión lógica después de realizar una operación o comparación. Por ejemplo, si sabemos que 10+15=25, podemos escribir: 10+15=25 ∴ el total es 25.

Otro ejemplo de conclusión lógica sería: si compramos 4 boletos de cine a $80 cada uno, entonces podemos escribir: 4×80=320 ∴ en total pagaste $320.

A continuación, analizaremos el símbolo (⇒) el cual se conoce como "implica" o "entonces", este signo es comúnmente utilizado para conectar lógicamente o hacer evidente cómo se van obteniendo resultados a medida que la resolución de una expresión matemática avanza. Por ejemplo, en una serie de operaciones, podemos usar '⇒' para indicar el paso lógico entre cada una de ellas.

Ejemplo. Encontrar la hipotenusa de un triángulo rectángulo con catetos de longitud 3 y 4.

Solución. Podemos utilizar el teorema de Pitágoras, que establece que $a^2+b^2 = c^2$, donde "a" y "b" son las longitudes de los catetos, y "c" es la longitud de la hipotenusa. Sustituyendo estos valores en la fórmula, lo que nos da: $3^2+4^2 = c^2$.

$\Rightarrow 9+16 = c^2$

$\Rightarrow 25 = c^2$

$\Rightarrow c = \sqrt{25}$

c = 5, Por lo tanto, la longitud de la hipotenusa es 5

Dentro de los símbolos lógicos, el símbolo "porque" o "dado que" (∵) se utiliza para indicar la razón o justificación detrás de una afirmación o conclusión. Por ejemplo, si sabemos que un triángulo tiene un ángulo recto porque cumple con la condición de tener un ángulo de 90 grados, se puede escribir: El triángulo es rectángulo ∵ tiene un ángulo de 90 grados.

En este caso, el símbolo "∵" se utiliza para indicar que la afirmación "El triángulo es rectángulo" se debe a la razón que se presenta después del símbolo, que es "tiene un ángulo de 90 grados".

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 5

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad | Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana | Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz | Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

Ejercicio 1. Utiliza el símbolo ∴ durante la resolución de los siguientes problemas.

1) Encuentra la solución para la resta 200−75 y luego multiplica el resultado por 3.

2) Resuelve la suma 150 + 250 y luego divide el resultado entre 5.

Ejercicio 2. Utiliza el símbolo (∵) para presentar la resolución de los siguientes problemas.

1)Dado que (x = 5) y (y = 3), encuentra el valor de x + y.

2) Si un libro cuesta $20 y tiene un descuento del 10%, ¿cuánto costará después del descuento?

3) Un automóvil recorre 250 km en 5 horas. ¿Cuál es su velocidad promedio?

La incógnita

En álgebra también se trabaja con **lenguaje simbólico**. Usamos números y símbolos, así como empleamos letras tales como (x, y, z, n, h, k, etc.) que nos ayudan a representar tanto valores conocidos como desconocidos. Estas letras reciben el nombre de incógnitas o variables y sirven para expresar números que aún no hemos determinado o desconocemos.

Con el uso de incógnitas y la simbología que ya hemos estudiado para representar operadores matemáticos como la suma, el producto, la razón y la diferencia, ahora contamos con los elementos necesarios para representar relaciones matemáticas de manera precisa. Veamos a continuación una tabla en donde podamos observar de forma ordenada esta simbología y su significado.

Operador aritmético	En símbolo	En palabras
Suma	$x + y$	La suma de la variable 'x' y la variable 'y'
Resta o diferencia	$x - y$	La diferencia entre la variable 'x' y la variable 'y'
Multiplicación	$x \cdot y$, $x \times y$, xy, $(x)(y)$, $x(y)$, $y(x)$	El producto de la variable 'x' y la variable 'y'
División	$x \div y$, $\frac{x}{y}$, x/y	El cociente de la variable 'x' y la variable 'y'

El uso de letras en las matemáticas también nos permite construir de manera lógica expresiones y ecuaciones que generalizan situaciones y facilitan la resolución de distintos tipos de problemas. Por ejemplo, si una entrada al cine cuesta $80 y usamos a la letra "x" para representar la cantidad de boletos comprados, entonces el costo total por entrar al cine lo podremos expresar mediante la siguiente ecuación: $Costo\ total = 80 \cdot x$

Como segundo ejemplo podríamos decir que si ahorras $50 cada semana y "n" representa el número de semanas, entonces tu ahorro total es: 50·n

Letras griegas en las matemáticas

Además de las letras del alfabeto latino (como h, k, x, y, z,) para nombrar incógnitas, en matemáticas también usamos letras del alfabeto griego. Estas letras se emplean en álgebra, geometría, y trigonometría. Son útiles porque nos permiten representar valores constantes, ángulos o variables especiales sin confundirnos con las letras que ya usamos para incógnitas comunes.

Entre las letras griegas más comunes en matemáticas se encuentran:

- α (alfa), β (beta), γ (gamma): estas letras griegas suelen utilizarse para representar ángulos en geometría.
- θ (theta): se utiliza para representar un ángulo desconocido, y es comúnmente usada en funciones trigonométricas como seno, coseno y tangente, así como en sus inversas.

$$Seno\sphericalangle\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} \qquad Coseno\sphericalangle\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} \qquad Tangente\sphericalangle\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$$

$$Cosecante\sphericalangle\alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} \qquad Secante\sphericalangle\alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente} \qquad Cotangente\sphericalangle\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$$

El símbolo delta mayúscula (Δ) se utiliza para representar matemáticamente una diferencia o un cambio, como un incremento. Por ejemplo, si debido a una dilatación de un material sucede un incremento en su longitud, este se escribe como ΔL para representar el incremento en la longitud.

En álgebra, la delta mayúscula (Δ) también se utiliza para representar el discriminante de una ecuación cuadrática ($ax^2+bx+c=0$). El discriminante se calcula mediante la fórmula $\Delta=b^2-4ac$, donde a, b y c son los coeficientes de la ecuación cuadrática. Según el valor de Δ con respecto a 0 podremos determinar la naturaleza de las soluciones de la ecuación, en donde:

Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas; si $\Delta = 0$, hay una solución real repetida; y si $\Delta < 0$, hay dos soluciones complejas conjugadas.

Ejemplo. Calcula el incremento de temperatura Δ, suponiendo que tienes dos temperaturas con diferentes valores, en donde la temperatura inicial era de 20 C° y la final es de 28 C°.

Solución. Para calcular la diferencia o cambio de temperatura se representa así:

$\Delta T = 28 - 20 = 8$, por lo tanto, esto significa que hubo un aumento de 8 C°.

La letra griega pi (π) representa al número que relaciona la circunferencia y el diámetro de un círculo (aproximadamente 3.14159). Por ejemplo, si quieres calcular la circunferencia de un círculo cuyo radio es 7 cm lo realizaremos con la fórmula $C = 2 \times \pi \times r$, sustituyendo valores tenemos:

$C = 2 \times \pi \times 7$

$C \approx 43.96$ cm

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 6

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad | Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana | Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz | Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

A continuación, aplica tus conocimientos y resuelve los problemas que se presentan.

1. Si un ángulo se representa como θ y mide 40°, escribe cuánto mide el ángulo suplementario de θ. Nota: el suplemento de un ángulo es 180°–θ.

2. Utiliza el símbolo π para encontrar la longitud de la circunferencia de una rueda que tiene un radio de 12 cm.

Como puedes ver, el uso de símbolos e incógnitas en el lenguaje matemático son una forma de representar las situaciones reales en un idioma lógico, estructurado y procedimental. Su uso permite analizar problemas, establecer relaciones entre magnitudes y obtener nuevas conclusiones que se traducen en resultados numéricos expresables posteriormente en lenguaje natural.

Expresiones algebraicas

El lenguaje algebraico es una herramienta de las matemáticas que es esencial para poder expresar relaciones y situaciones mediante letras, números y símbolos, gracias a él, se puede representar de forma general lo que en la vida real constantemente cambia, como pueden ser cantidades que fluctúan, medidas como la longitud o el volumen que cambian ante un factor externo, costos o tiempos que varían a lo largo del día, etc. A diferencia de la aritmética, que se centra en resultados específicos, el álgebra trabaja con expresiones que describen lo que puede cambiar o ser desconocido.

En términos simples, se puede definir a una expresión algebraica como una combinación de números y letras unidas por signos de operaciones como la suma, resta, multiplicación, división o potenciación. A través de ellas, se pueden describir y analizar fenómenos, calcular longitudes, áreas o volúmenes, y modelar relaciones entre cantidades.

En la vida cotidiana, utilizamos expresiones algebraicas para calcular el área de un cuadrado con lado "l" usamos la expresión $A = l \times l$, o el volumen de un cubo con arista "a" los expresamos mediante $V = a^3$. Estas expresiones permiten representar y resolver problemas de manera general, sin necesidad de conocer todos los valores desde el inicio.

Un propósito diferente para estudiar las expresiones algebraicas no es solo aplicar fórmulas conocidas, sino aprender a traducir situaciones del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Por ejemplo, si el precio de una manzana está representado por la variable "p" y se compran "n" número de manzanas, el costo total puede expresarse como $C = p \times n$.

Las expresiones algebraicas son herramientas que permiten representar de forma simbólica y general diferentes situaciones del mundo real. Su principal utilidad radica en su capacidad para expresar relaciones entre cantidades dentro de un lenguaje abstracto, lógico y numérico. Para lograrlo, es necesario desarrollar la habilidad de traducir enunciados del lenguaje natural al lenguaje matemático.

Para analizar y representar a los fenómenos del mundo real mediante expresiones algebraicas, comenzaremos con ejercicios en donde se realizan descripciones sencillas expuestas en lenguaje natural para después reescribirlas en lenguaje matemático y progresivamente presentaremos casos inversos en donde pasaremos del lenguaje de las matemáticas al lenguaje natural. En donde las descripciones que realizaremos a continuación incluirán una variable como "x" o "y" un símbolo de operación o relacional y un valor representado por un número.

Lo primero que se necesitará comprender es cómo se traducen las palabras del español al lenguaje de símbolos matemáticos, por ejemplo, es común emplear las expresiones que se encuentran en la siguiente tabla para indicar una operación:

Indican suma o adición	Indican resta o sustracción	Indican multiplicación	Indican división
• Más • Sumado a ello • Suma • Más que • Aumentado o incrementado por • En total	• Menos • La diferencia • Menos que • Menos • Disminuido en • En rebaja o descuento	• Veces • Producto • Multiplicado • Por cada • Doble, triple, cuádruple, quíntuple, etc.	• Dividido • Cociente • Por • Separado

Nota. Las expresiones algebraicas son la base del razonamiento algebraico. A partir de ellas, se pueden representar mediante ecuaciones, desigualdades o fórmulas a los modelos matemáticos que buscan explicar fenómenos naturales o sociales. Para poder comprender a las expresiones algebraicas tendremos que identificar sus elementos, interpretarlas correctamente y manipularlas siguiendo reglas establecidas.

Veamos los siguientes ejemplos para comprender cómo se plantea en lenguaje matemático las siguientes expresiones.

Ejemplo. Escribe cada frase como una expresión algebraica representada en lenguaje matemático.
a) El doble de nacimientos que el año pasado.

Solución. Sea N=número de nacimientos, podremos expresarlo matemáticamente como 2N

b) La cantidad de goles de los que anotaron los tigres de la UANL es igual 3 veces la cantidad anotada por los rayados del Monterrey en la misma temporada.

Solución. Sea GA los goles generados por la Autónoma y GM los goles anotados por los rayados, podremos expresar esta equivalencia matemáticamente como 3GA=GM.

En este ejemplo podemos observar cómo en el inciso a) se hizo uso de la palabra "doble" para indicar que la variable "n" se multiplica por dos, por otra parte, en el inciso b) se dice que la cantidad de goles anotados son "3 veces" lo cual nos señala que la variable "GA" debe de multiplicarse por 3. Así también se utilizó la palabra igual la cual fue representada mediante el símbolo matemático (=).

Como refuerzo del tema, a continuación, observaremos los siguientes ejemplos para comprender cómo se debe de interpretar en lenguaje matemático una expresión realizada en lenguaje natural.

1) 8 es igual a 4 por 2 Solución. 8= 4 · 2	2) "a es igual 10" Solución. a = 10	3) x es 12 Solución. x = 12
4) b más 5 es 100 entre 4 Solución. b+5=100/4	5) Es el producto de ocho y tres Solución. 8 · 3	6) El producto de seis por la suma de cuatro más ocho. Solución. 6·(4 + 8)
7) El producto de -5 y -9. Solución. -5· −9	8) El cociente de veinticuatro y ocho. Solución. 24/8	9) El cociente de doce y dos. Solución. 12/2
10) Un tercio de ciento veinte. Solución. 1/3 · 120	11) Una sexta parte de 60. Solución. 1/6 · 60	12) La diferencia entre diez y uno. Solución. 10 −1
13) La diferencia entre cuarenta y ocho. Solución. 40 −8	14) La adición de 8 y 2 es 10 Solución. 8 + 2 = 10	15) La suma de diez y veinte. Solución. 10 + 20

Lenguaje común al lenguaje algebraico

Las matemáticas son consideradas como un lenguaje que sirve para expresar situaciones e ideas del mundo real de forma lógica y sintetizada, por lo tanto, al aplicar la estructura de las matemáticas a un lenguaje natural, se debe adaptar este lenguaje a cada problema o idea de la que se busque una conceptualización. Esto se hace mediante la interpretación del lenguaje natural a la terminología de la matemática y viceversa.

Para demostrar cómo actúa el lenguaje matemático a través de su simbología para sintetizar una expresión presentada en lenguaje natural, pongamos como ejemplo la frase "el valor de la variable llamada 'x' es igual a 1" y "el valor de la variable llamada 'y' es igual a 2". En el lenguaje de las matemáticas se reduciría la longitud de dichas frases, por principio las frases "el valor de" y "la variable nombrada" se eliminan por completo. A menudo también se emplean otros atajos, como eliminar la frase "igual que" y representarla mediante un símbolo (=). Aplicando estas abreviaturas, la oración se convierte en "x=1" y "y=2".

En el lenguaje de las matemáticas las abreviaturas que se implementan derivadas de diferentes símbolos son convenientes y pueden mejorar la legibilidad, siempre que el lector conozca el significado completo de dichas oraciones abreviadas.

En otro ejemplo, si en una oración se indica que a un valor desconocido se le restan 14 unidades, entonces como no sabemos de qué número se está hablando lo representamos con la letra x menos 14, lo cual matemáticamente se expresará como: (x-14). Si a continuación se indica que se tiene 8 más un número y se desconoce de qué número se está hablando se coloca 8 más una equis, (8+x).

En la siguiente tabla podemos observar algunos ejemplos de los principales términos que se utilizan para hacer referencia a las operaciones aritméticas que se desean realizar.

Veamos las siguientes oraciones en donde a partir del lenguaje natural está implícito la realización de una operación matemática:

- "Juan no aprovechó el descuento del 40% que ofrecía el municipio para pagar el predial, dejó pasar el tiempo y ahora tendrá que pagar en total casi el doble del costo de los recibos, además de multas y recargos por un 42%".
- "El rancho necesita cercarse. Se requiere conocer el total de metros que van a ser de cerca y cuánto costará. Lo primero es obtener el perímetro".
- "Se requieren 2 tinacos redondos con capacidad de 1100 litros cada uno, ¿Qué altura y diámetro deben tener?"

En estos enunciados se hace mención de la necesidad de realizar operaciones matemáticas que incluyen el contar y medir objetos, así como realizar operaciones para obtener un resultado.

CIERRE

A modo de conclusión, se puede decir que al igual que el español en donde se pueden combinar sustantivos, verbos, artículos, adjetivos, sujetos, objetos y adverbios para representar una oración más extensa, mediante el lenguaje matemático podremos emplear una amplia gama de simbologías y variables que nos permiten obtener una nueva expresión más grande que alcance un nuevo significado, de esta forma una expresión en el lenguaje de las matemáticas corresponde a una frase, cláusula u oración en español.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 7

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad | Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana | Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz | Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

¿Cómo representarías los siguientes enunciados valiéndote de números y letras? Cuando hayas concluido intégrate en binas y comparen sus resultados.

No.	Enunciados	¿Cómo lo representarías?
1.	x es 3 más 4	
2.	Z es igual a 50	
3.	El producto de 10 y 20	
4.	El producto de catorce por dos	
5.	El cociente de veinte y cinco	
6.	Un tercio de 45	
7.	La diferencia entre diez y ocho	

¿Te resultó sencillo plantear con números y letras lo que se expresa con lenguaje natural? ¿Qué ventajas te aportó representar algunas ideas valiéndote de los signos matemáticos?

Aplicación del lenguaje algebraico

Como hemos aprendido hasta ahora, haciendo uso de números, letras y signos de operación el lenguaje algebraico nos permite expresar ideas y relaciones matemáticas de una forma más corta y precisa. En donde las letras representan números que pueden cambiar (variables), mientras que los números fijos se llaman coeficientes o exponentes, según el caso.

A través del lenguaje algebraico podemos traducir frases escritas con palabras al lenguaje simbólico de las matemáticas. A continuación, analizaremos algunos ejemplos que te ayudarán a entender cómo transformar oraciones en lenguaje natural a expresiones algebraicas.

	Lenguaje natural	Lenguaje algebraico
1.	Un número cualquiera	a
2.	El doble de un número	$2a$
3.	Expresar la diferencia entre dos números, más 12	$(x–y)+12$
4.	El cuadrado de la suma dos números	$(x+y)^2$
5.	La cuarta parte de un número más veinticinco medios	$1/4\ x + 25/2$

Como segundo ejemplo, observa las siguientes afirmaciones transformadas a expresiones algebraicas:

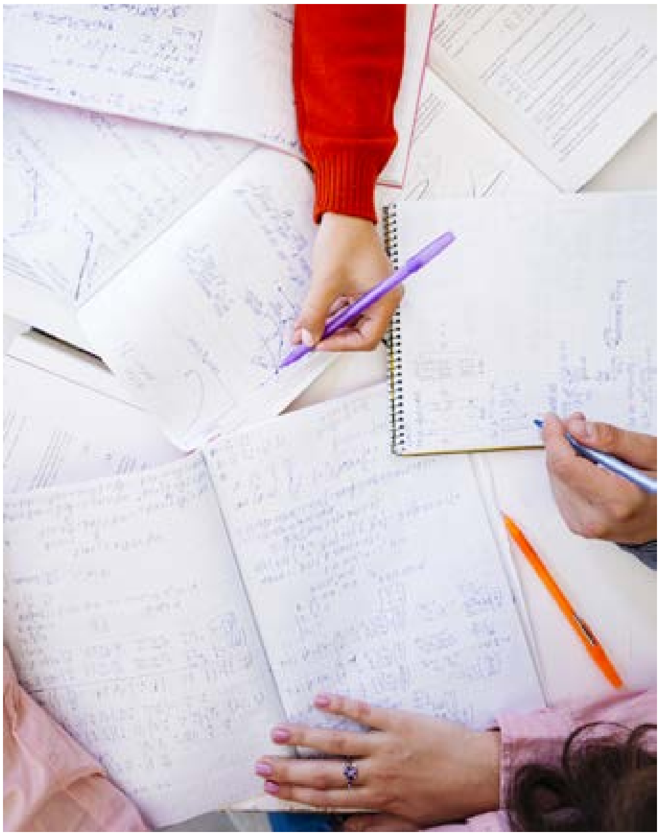
a) Doce más un número es igual a 40.
Solución. Sea n un número cualquiera, expresaremos la anterior ecuación algebraica como: $n+12=40$

b) Dos veces la edad de Pamela es igual a 14.
Solución. Sea e un número desconocido, escribiremos la anterior ecuacion algebraica como: $2e=14$

c) La suma de tres números es 12.
Solución. Se pueden representar los números con las letras *x, y, z,* entonces queda: $x+y+z=12$.

d) El doble de la suma de dos números es 20.
Solución. Si x e y son los dos números, entonces $2(x+y)=20$.

e) El área de un cuadrado es igual al cuadrado de la longitud de su lado.
Solución. Se representa el área con la letra A y la longitud del lado con la letra l, entonces $A=l^2$.



f) El cubo de la suma de tres números es 1025.
Solución. Al representar los números con las letras x, y, z, se obtiene $(x+y+z)^3=1025$.

Con base en la anterior explicación realiza los siguientes dos ejercicios de aprendizaje.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 8

Fomento de la identidad con México | Transformación de la sociedad | Responsabilidad ciudadana | Respeto de la dignidad humana | Honestidad | Interculturalidad | Cultura de paz | Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente

I. Escribe en lenguaje algebraico los siguientes enunciados del lenguaje común.

No.	Enunciados	¿Cómo lo representarías?
1.	El triple de un número	
2.	La quinta parte de un número	
3.	El cubo de un número	
4.	La suma de dos números	
5.	La multiplicación (o producto) de 2 números	
6.	El cociente (o división) de 2 números	
7.	El doble de un número menos 3 unidades	
8.	La suma de tres números entre 2	
9.	El cubo de un número más el doble de otro	
10.	La mitad del cubo de un número	

No.	Enunciados	¿Cómo lo representarías?
11.	La mitad de un número	
12.	El cuadrado de un número	
13.	Raíz cuadrada de un número	
14.	La resta o sustracción de dos números	
15.	La suma de tres números	
16.	La multiplicación (o producto) de 3 números	
17.	El doble de la suma de 2 números	
18.	El cuadrado de un número más 6	
19.	La tercera parte del producto de dos números	
20.	El cubo de un número más el doble de ese número	